MATEMATIKPROV, KORT LÄROKURS 26.3.2019
BESKRIVNING AV GODA SVAR

Examensämnets censorsmöte har godkänt följande beskrivningar av goda svar.

Av en god prestation framgår det hur examinanden har kommit fram till svaret. I lösningen måste det ingå nödvändiga uträkningar eller andra tillräckliga motiveringar och ett slutresultat. I bedömningen fästs uppmärksamhet vid helheten och vid de tre stegen start, mellansteg och slutresultat. Räknefel som inte väsentligt ändrar uppgiftens natur ger ingen betydande sänkning av antalet poäng. Räknefel och fel i den matematiska modellen som ändrar uppgiftens natur kan däremot sänka antalet poäng avsevärt.

I provet är räknaren ett hjälpmedel, och dess roll bedöms separat för varje uppgift. Om symbolräknare använts i en uppgift ska det framgå av prestationen. I lösningar av uppgifter som kräver analys räcker det inte enbart med ett svar som erhållits med hjälp av räknaren utan övriga motiveringar. Däremot räcker ett svar som examinanden fått med räknaren i allmänhet i rutinberäkningar. Detsamma gäller rutinmässiga delar av mera omfattande uppgifter. Exempel på sådana är omskrivning av uttryck, ekvationslösning samt derivering och integrering av funktioner.

Del A

1.	C, D, E, G, F, B	

2.	Denna uppgift bedöms i SEN, läraren behöver inte göra anteckningar. Även rätta svar kan synnas som noll poäng innan bedömningen är slutförd.	
	$x = 0$ $y = 1$	2 2
	$(y = (x-1)^2 - 1)$ $x = 1$ $y = -1$	 2 2
	$x = 5$ $y = 7$	2 2
	Det efterfrågade talets motsatta tal	1/fall

3.	Vi delar det röda området i två delar med hjälp av diagonalen. Den blå, gula och den övre röda triangeln har höjden 150 och basen 100, dvs. arean av var och en av trianglarna är 7 500. Den gröna, vita och den nedre röda triangeln har höjden 300 och basen 50, dvs. arean är 7 500. Hela flaggans area är $300 \cdot 150 = 45\,000$. Den röda triangelns relativa andel är därmed $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, $\approx 33\ \%$. och de övriga färgernas andelar är $\frac{1}{6}$, $\approx 17\ \%$.	1 3 3 1 1 1 1 1

4.	Frekvenserna för resultaten 1, 2, 3, 4, 5 och 6 är 5, 2, 5, 8, 8, 2.	2
	Typvärdet eller modus är 4 och 5, eftersom de är de oftast förekommande resultaten.	2
	Medianen är 4, eftersom de i storleksordning mellersta tärningskasten (nr 15 och 16) har detta värde.	3
	Medelvärdet är $\frac{108}{30} = 3{,}6$. Vi får medelvärdet genom att dividera summan av tärningskastens resultat med antalet kast.	3
	$\frac{2}{30} = \frac{1}{15}$	2

Del B1

5.	Eftersom en liter motsvarar en kubikdecimeter, så innehåller förpackningen 1 750 kubikcentimeter mjölk. Rätblockets volym är $(9{,}25)^2 \cdot 20 = 1711{,}25$. Pyramidens volym är $\frac{1}{3}(9{,}25)^2(23-20) = 85{,}5625$. Förpackningens volym är därmed cirka 1 797 kubikcentimeter, dvs. det finns 47 kubikcentimeter luft i förpackningen.	2 2 4 2 2

6.

Funktion för höjden $h(t) = 600 + 45t$ (cm)	2
Funktion för radien $r(t) = 4 + 0{,}3t$ (cm)	3
Funktion för volymen $V(t) = \frac{\pi}{3}h(t)r(t)^2 = \pi(200 + 15t)(4 + 0{,}3t)^2$	4
Volym om 20 år $V(20) = 157\,079{,}6327\ldots \approx 157\,000$ (cm^3)	3

7.

Vi beräknar värdet av de olika valutorna efter de olika växlingarna.	1
Efter den första växlingen har Mikael 285 euro i zloty och 190 euro i koruna.	3
Efter vistelsen i Polen har han zloty till ett värde av $285/3 = 95$ euro kvar, vilket efter växlingen är värt 90,25 euro i koruna.	3
Mikael har alltså totalt koruna till ett värde av 280,25 euro.	2
Efter vistelsen i Tjeckien har han koruna till ett värde av $280{,}25/5 = 56{,}05$ euro.	2
Efter växlingsförlusten har Mikael cirka $56{,}05 \cdot 0{,}95 = 53{,}25$ euro kvar.	1
ELLER	
I uppgiften växlas en del av pengarna tre gånger, och en del av pengarna två gånger.	2
Från euro via zloty och koruna växlas tillbaka till euro $300 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = 20$ euro	2
dvs. som följd av tre växlingar $20 \cdot (0{,}95)^3 = 17{,}15$ euro	2
Från euro via koruna växlas tillbaka till euro $200 \cdot \frac{1}{5} = 40$ euro,	2
dvs. som följd av två växlingar $40 \cdot (0{,}95)^2 = 36{,}10$ euro.	2
Totalt får han tillbaka cirka 53,25 euro.	2
Som svar duger också 53 euro.	

8.

Vi granskar funktionen $f(x) = -x^3 + 1000x^2 + 100x + 2019$ och derivatan $f'(x) = -3x^2 + 2000x + 100$.	1
Derivatan är positiv då $x \leqslant \frac{1000}{3} + \frac{10}{3}\sqrt{10003} \approx 666{,}7$.	5
Därmed är följden $(a_1, ...a_{666})$ växande och följden $(a_{667}, \ldots, a_{1000})$ avtagande.	2
Vi beräknar värdena a_{666} och a_{667}:	1
och får $a_{666} = 148\,216\,323$ och $a_{667} = 148\,216\,756$	2
$\Rightarrow$ valet $k = 667$ satisfierar villkoret i uppgiften.	1

9.1.

Sinusfunktionen får värden mellan -1 och 1.	1
Då $B > 0$ är funktionens största värde $A + B$ och minsta värde $A - B$.	2
Vi får ekvationssystemet $A + B = 192$ och $A - B = 0$	2
$\Rightarrow A = B = \frac{192}{2} = 96$ (cm).	1
Vi får det minsta värdet av sinusfunktionen $\sin(x)$ i exempelvis punkten $x = -\frac{\pi}{2}$.	2
Vi får ekvationen $-\frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{12{,}4}(9 - t_0)$	3
$\Rightarrow t_0 = 12{,}1$.	1

9.2.

Sannolikheten för att en juli månad inte är rekordvarm är $\frac{59}{60}$.	1
Eftersom händelserna är oberoende av varandra får vi sannolikheten med produktregeln: $(\frac{59}{60})^{30} = 0{,}6039\ldots \approx 60\,\%$.	3
(Upprepade försök ger en binomialfördelning)	1
och sannolikheten för komplementhändelsen är $(\frac{59}{60})^{30} + \binom{30}{1}(\frac{59}{60})^{29}(\frac{1}{60})^1$	5
$= 0{,}91108\ldots$	1
$\Rightarrow$ Den efterfrågade händelsens sannolikhet är $1 - 0{,}91108\ldots = 0{,}08891 \approx 8{,}9\,\%$.	1

Del B2

10.

En modell för babyns vikt är $m(x) = ax^3$. Med startvärdena 0,52 (m) och 4 (kg) får vi $a(0{,}52)^3 = 4$, dvs. $a \approx 28{,}45$. Vi beräknar med formeln $m(0{,}55) \approx 4{,}7$; $m(0{,}60) \approx 6{,}1$; $m(0{,}65) \approx 7{,}8$; $m(0{,}70) \approx 9{,}8$ (kg).	2 2
Punkterna är korrekt utmärkta på grafen.	4
Den uppskattade vikten för en 1,75 meter lång person är enligt formeln 152 kg, som är mer än man skulle förvänta sig av en genomsnittsmänniska. Formeln baserar sig på att en vuxen människa skulle vara en uppskalad version av en baby, men kroppens proportioner förändras då man växer.	2 2

11.

Enligt uppskattningen skulle Harrys månadslön vara $155 \cdot 27 = 4185$, dvs. $\frac{15}{4200} = 0{,}3571\ldots\,\% \approx 0{,}36\,\%$ mindre än vad han får i verkligheten.	2 2
Harry beräknar först hur stor timlönen skulle vara om antalet arbetstimmar var 160. Han uppskattar $\frac{4200}{160} = \frac{4000}{160} + \frac{200}{160} = 25 + 1, \ldots$, vilket är korrekt. I det följande beaktar han att detta resultat borde multipliceras med talet $\frac{160}{155}$ för att man ska få den rätta timlönen, och använder uppskattningen $\frac{160}{155} \approx \frac{27}{26}$, som är mycket bra, eftersom $\frac{27}{26} = \frac{162}{156}$. Harrys resonemang är uppbyggt på korrekta uppskattningar.	1 4 1 1 1
Slutledningens giltighet har motiverats med svaret i första deluppgiften.	+0

12.

Man kan lösa uppgiften genom att ta reda på hur mycket ränta man betalar då räntetak inte används och hur mycket man betalar då det används. Av den vidstående tabellen (länkarna nedan) framgår det att man under lånetiden betalar 15 833,75 euro i ränta. Lånekostnaderna med lånetak får vi genom att ersätta de tal som är större än 4,5 i tabellen med talet 4,5. Av tabellen (länkarna nedan) framgår det att man för ett lån med lånetak betalar 15 065 euro i ränta under lånetiden. Med lånetaket sparar man alltså cirka 800 euro i räntor, vilket är mindre än dess kostnader (5 700 euroa), dvs. det skulle inte ha lönat sig att ta ett lånetak i detta fall. https://www.ylioppilastutkinto.fi/images/sivuston_tiedostot/Hyv_vast_piirt/SV_2019_V/n_u12_v1.ods https://www.ylioppilastutkinto.fi/images/sivuston_tiedostot/Hyv_vast_piirt/SV_2019_V/n_u12_v2.ods	7 2 1 2

13.

Funktionen $f(x) = -x^2$ uppfyller de villkor som krävs, eftersom dess enda maximiställe är $x = 0$, som tillhör det öppna intervallet.	4 2
Funktionen $f(x) = (x - \frac{1}{2})^2$ uppfyller de villkor som krävs, eftersom dess maximivärde i intervallet $-1 \leqslant x \leqslant 2$ är $\frac{9}{4}$, vilket uppnås då $x = -1$ och $x = 2$.	4 2