# MATEMATIKPROV, KORT LÄROKURS 26.3.2018
# BESKRIVNING AV GODA SVAR

De beskrivningar av svarens innehåll och poängsättningar som ges här är inte bindande för studentexamensnämndens bedömning. Censorerna beslutar om de kriterier som används i den slutgiltiga bedömningen.

Av en god prestation framgår det hur examinanden har kommit fram till svaret. I lösningen måste det ingå nödvändiga uträkningar eller andra tillräckliga motiveringar och ett slutresultat. I bedömningen fästs uppmärksamhet vid helheten och vid de tre stegen start, mellansteg och slutresultat. Räknefel som inte väsentligt ändrar uppgiftens natur ger ingen betydande sänkning av antalet poäng. Räknefel och fel i den matematiska modellen som ändrar uppgiftens natur kan däremot sänka antalet poäng avsevärt.

I provet är räknaren ett hjälpmedel, och dess roll bedöms separat för varje uppgift. Om symbolräknare använts i en uppgift ska det framgå av prestationen. I lösningar av uppgifter som kräver analys räcker det inte enbart med ett svar som erhållits med hjälp av räknaren utan övriga motiveringar. Däremot räcker ett svar som examinanden fått med räknaren i allmänhet i rutinberäkningar. Detsamma gäller rutinmässiga delar av mera omfattande uppgifter. Exempel på sådana är omskrivning av uttryck, ekvationslösning samt derivering och integrering av funktioner.

## Del A

**1.**

| | |
|---|---|
| Beräknad kvadratrot ($x = 8$).<br>Beräknad kvadratrot ($x = -8$). | 1<br>1 |
| $64 = 2^6$<br>$y = 6$ | 1<br>1 |
| $64 = 4 \cdot 4 \cdot 4$<br>$z = 4$ | 1<br>1 |

**2.**

| | |
|---|---|
| $1{,}1 \cdot 1{,}1 = 1{,}21 > 1{,}2$<br>$\Rightarrow$ Metod 1 leder till ett högre pris. | 1<br>1 |
| $0{,}9 \cdot 1{,}1 = 1{,}1 \cdot 0{,}9$<br>$\Rightarrow$ Priset är detsamma med båda metoderna. | 1<br>1 |
| $1{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}96$ och $1{,}3 \cdot 0{,}7 = 0{,}91$<br>$\Rightarrow$ Metod 1 leder till ett högre pris. | 1<br>1 |
| Enbart svar | 0 |

**3.**

| | |
|---|---|
| B, A, C<br>H, E, D | 1/fall |

**4.**

| | |
|---|---|
| Rättad 28.3.2018 | |
| Den brutna linjen består av tre sträckor, av vilka den vågräta är så kort, att den inte behövs för den approximation som görs. Båda svarsalternativen godkänns. | |
| En bruten linje förenar de båda åarnas mynningar. | 1 |
| Den brutna linjen består av två eller tre sträckor. | 1 |
| Den brutna linjens sträckor halverar vinklarna vid åmynningarna. | 1 |
| Sjöns area är $3 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3$. | 1 |
| Byn B:s andel består av en kvadrat på $3 \cdot 3$ km$^2$ och av en triangel vars bas är 1 km och höjd cirka 2 km (fallet med två sträckor). | 1 |
| $\Rightarrow$ Arean av B:s vattenområde är cirka 10 och arean av A:s vattenområde är cirka 5 (km$^2$). | 1 |

## Del B1

**5.**

| | |
|---|---|
| Förhållandet mellan talen 316 och 405.<br>$\Rightarrow 28{,}16 \approx 28\ \%$ | 1<br>1 |
| $405 = k\,(2016 - 1958) + 316$<br>$\Rightarrow k = 1{,}53448\ldots \approx 1{,}53$ | 1<br>1 |
| $1{,}53448 \cdot (2020 - 1958) + 316$<br>$= 411{,}13\ldots \approx 411$ (ppm) | 1<br>1 |

**6.**

| | |
|---|---|
| $f'(x) = 4x - 2$<br>$\Rightarrow$ Nollstället är $x = \frac{1}{2}$. | 1<br>1 |
| $g'(x) = 0$ motsvarar de ställen där kurvans tangent är vågrät.<br>$\Rightarrow x = 0$ | 1<br>1 |
| $f'(x) < 0$ då $x < \frac{1}{2}$ och $g'(x) < 0$ då $x > 0$.<br>$\Rightarrow$ Derivatafunktionerna är mindre än 0 för variabelvärdena $0 < x < \frac{1}{2}$. | 1<br>1 |
| $\leqslant$ i stället för $<$ | $-0$ |

**7.**

| | |
|---|---|
| Antalet möjliga kombinationer av ett kast med två tärningar är 36.<br>Vi kan få ögonsumman sex på följande sätt: $1+5$, $2+4$, $3+3$, $4+2$ och $5+1$.<br>På motsvarande sätt kan vi få ögonsumman åtta med fem olika kombinationer.<br>Sannolikheten är därmed totalt $\frac{10}{36} \approx 28\,\%$. | 1<br>1<br><br>1 |
| Vi kan få samma ögontal på sex olika sätt ($1+1$, $2+2$, $3+3$, $4+4$, $5+5$ eller $6+6$).<br>Sannolikheten för att spelaren ska få kasta tärningarna en gång till är $\frac{6}{36}$ $(= \frac{1}{6})$.<br>Händelserna är oberoende av varandra $\Rightarrow$ sannolikheten är $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216} \approx 0{,}46\,\%$. | 1<br>1<br>1 |

**8.**

| | |
|---|---|
| Antalet månader är $n = 120$, månadsräntefaktorn $q = 1 + \frac{0{,}012}{12} = 1{,}001$.<br>Annuiteten $= 100000 q^n \frac{q-1}{q^n - 1}$<br>$= 884{,}74919\ldots \approx 884{,}75$ (euro/mån). | 1<br><br>1 |
| Annuiteten $A = 1100$, lånebeloppet $K = 51498{,}75 - 21000 = 30498{,}75$ och räntefaktorn som i det föregående.<br>Vi löser ut $q^n$ ur annuitetsformeln: $1 - q^{-n} = \frac{q^n - 1}{q^n} = \frac{K}{A}(q-1)$ (detta kan även utföras med talvärdena insatta).<br>$\Rightarrow q^{-n} = 0{,}97227386\ldots \Rightarrow n > 28{,}13\ldots$, dvs. lånet är återbetalt efter 29 månader. | 1<br>1<br>2 |

**9.1**

| | |
|---|---|
| $u \cdot v = 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 12$<br>$\lvert u \rvert = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$ och $\lvert v \rvert = \sqrt{13}$<br>$\cos\alpha = \frac{12}{13}$, dvs. $\alpha = 22{,}61\ldots \approx 23$ grader. | 1<br>1<br>1 |
| $u$ och $w$ är vinkelräta mot varandra då $u \cdot w = 0$.<br>$u \cdot w = 3 \cdot 2 + 2 \cdot t$<br>$u \cdot w = 0$ då $t = -3$. | 1<br>1<br>1 |

**9.2**

| | |
|---|---|
| Sannolikheten för att få $n$ ettor och $20 - n$ andra ögontal är $\binom{20}{n}(\frac{1}{6})^n(\frac{5}{6})^{20-n}$.<br>Komplementhändelsens sannolikhet är summan av dessa sannolikheter, när $n$ får värden från noll till fyra.<br>Komplementhändelsens sannolikhet är således $0{,}7687\ldots$<br>och den efterfrågade sannolikheten är $0{,}2312\ldots \approx 23{,}1\ \%$. | 3<br>1<br>1<br>1 |

## Del B2

**10.**

| | |
|---|---|
| Bilens värde minskar med lika många procent varje år ELLER bilens värde minskar enligt en exponentiell modell. | 2 |
| Utifrån tabellen ser det ut som att $a_{n+1} = 0{,}8\, a_n$<br>$\Rightarrow a_n = 40000 \cdot (0{,}8)^n$. | 1<br>1 |
| $40000 \cdot (0{,}8)^n < 2000$<br>$\Rightarrow n > 13{,}42\ldots$, dvs. efter 14 år. | 1<br>1 |

**11.**

| | |
|---|---|
| Variabeln $\varphi$ i uppgiftstexten motsvarar inte $\varphi$ i bilden, utan dess inversa tal. Båda kallas för gyllene snittet, och båda godkänns som svar. SEN beklagar möjlig förvirring som detta kan ha lett till. | |
| (Lösning enligt bilden)<br>Längden av den längre delen är $\varphi$.<br>Längden av den kortare delen är $1-\varphi$.<br>Förhållandet mellan hela sträckan och den längre delen är $\frac{1}{\varphi}$.<br>Förhållandet mellan den längre och den kortare delen är $\frac{\varphi}{1-\varphi}$.<br>$\Rightarrow \frac{1}{\varphi} = \frac{\varphi}{1-\varphi}$<br>$\Rightarrow \varphi = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0{,}61803\ldots \approx 0{,}618$ eftersom den negativa lösningen inte duger. | <br>1<br>1<br>1<br>1<br>1<br>1 |
| ELLER | |
| (Lösning enligt texten)<br>Vi beteknar längden av den längre delen med $x$.<br>Längden av den kortare delen är $1-x$.<br>Förhållandet mellan hela sträckan och den längre delen är $\frac{1}{x}$.<br>Förhållandet mellan den längre och den kortare delen är $\frac{x}{1-x}$<br>$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{x}{1-x}$<br>$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ eftersom den negativa lösningen inte duger. Talet vi är ute efter (förhållandet mellan hela sträckan och den längre delen) är $\varphi = \frac{1}{x}$ $= \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1{,}61803\ldots \approx 1{,}618$. | <br>1<br>1<br>1<br>1<br>1<br>1 |

**12.**

| | |
|---|---|
| Summan av frekvenserna är lika med antalet observationer, dvs. antalet dagar i april (30).<br>Summan av de synliga talen i tabellen är 28.<br>$\Rightarrow$ Talet som fattas är $30 - 28 = 2$.<br>Vi betecknar det antal bilar som fattas med variabeln $x$. Vi får medelvärdet av observationerna med formeln $\frac{0\cdot2+1\cdot5+2\cdot7+3\cdot6+5\cdot5+7\cdot3+x\cdot2}{30}$<br>$= \frac{83+2x}{30} = 3{,}3 \Rightarrow x = 8$. | 1<br>1<br>1<br>2<br>1 |
| Enbart svaret 8 | 0 |

| | | |
|---|---|---|
| **13.** | Vi får den ostympade konens sida med Pythagoras sats: $s = \sqrt{30^2 + 15^2}$.<br>Den stympade delens sida är med stöd av likformighet en tredjedel av detta, dvs. det återstår då $S = \frac{2}{3}15\sqrt{5} = 22{,}36\ldots \approx 22{,}4$ (cm). | 1<br><br>1 |
| | Figuren: områdets rand består av två bågar som utgör delar av två cirklar som har samma medelpunkt samt de sträckor som förenar dessa bågar.<br>Bågarnas medelpunktsvinklar ligger i intervallet 120–180 grader (det korrekta värdet är cirka 161 grader), och den större cirkelns radie är 2–4 gånger längre än den mindre cirkelns radie (det korrekta värdet är 3 gånger så lång). | 1<br><br>1 |
| | Arean av hela den ostympade konen är $\pi rs = \pi 225\sqrt{5}$.<br>Den stympade delens area är med stöd av likformighet $(\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{9}$ av detta, dvs. det återstår därmed $\frac{8}{9}\pi 225\sqrt{5} = 1404{,}96\ldots\ldots \approx 1405$ (cm$^2$). | 1<br><br>1 |