MATEMATIIKAN KOE, LYHYT OPPIMÄÄRÄ 1.10.2018
HYVÄN VASTAUKSEN PIIRTEITÄ

Alla oleva vastausten piirteiden, sisältöjen ja pisteitysten luonnehdinta ei sido ylioppilastutkintolautakunnan arvostelua. Lopullisessa arvostelussa käytettävistä kriteereistä päättää tutkintoaineen sensorikunta.

Hyvästä suorituksesta näkyy, miten vastaukseen on päädytty. Ratkaisussa on oltava tarvittavat laskut tai muut riittävät perustelut sekä lopputulos. Arvioinnissa kiinnitetään huomiota kokonaisuuteen, ja ratkaisu pyritään arvioimaan kolmiosaisesti: alku, välivaiheet ja lopputulos. Laskuvirheet, jotka eivät olennaisesti muuta tehtävän luonnetta, eivät alenna pistemäärää merkittävästi. Sen sijaan tehtävän luonnetta muuttavat lasku- ja mallinnusvirheet saattavat alentaa pistemäärää huomattavasti.

Laskin on kokeen apuväline, jonka rooli arvioidaan tehtäväkohtaisesti. Jos ratkaisussa on käytetty symbolista laskintaa, sen on käytävä ilmi suorituksesta. Analysointia vaativien tehtävien ratkaisemisessa pelkkä laskimella saatu vastaus ei riitä ilman muita perusteluja. Sen sijaan laskimesta saatu tulos yleensä riittää rutiinitehtävissä ja laajempien tehtävien rutiiniosissa. Tällaisia ovat esimerkiksi lausekkeiden muokkaaminen, yhtälöiden ratkaiseminen sekä funktioiden derivointi ja integrointi.

A-osa

1.	$f(4) = (4-2)(4+3)$	1
	$= 14$	1
	$f(x) = (x-2)(x+3) = 0 \Leftrightarrow x-2=0$ tai $x+3=0$	1
	$\Leftrightarrow x = 2$ tai $x = -3$	1
	$f(x) = -6 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = -6 \Leftrightarrow x(x+1) = 0$	1
	$\Leftrightarrow x = 0$ tai $x = -1$	1

2.	Laatta sisältyy suorakulmioon, jonka pinta-ala on $6 \cdot 9 = 54$.	1
	$\Rightarrow$ Laatan pinta-ala saadaan vähentämällä tästä kolmioiden alat.	1
	Kolmioiden alat ovat 3, 3, 4 ja 1,	1+1
	joiden summa on 11.	1
	Tulos $54 - 11 = 43$.	1

3.	Aritmeettinen jono: $x - 27 = 3 - x$	1
	$\Leftrightarrow 2x = 30$	1
	$\Leftrightarrow x = 15$	1
	Geometrinen jono: $\frac{3}{x} = \frac{x}{27}$	1
	$\Leftrightarrow x^2 = 81$	1
	$\Leftrightarrow x = 9$	1

4.	Koska $120/80 = 1{,}5$ ja kyseessä on eksponentiaalinen malli,	1
	niin hyttysten määrä lisääntyy tunnin aikana 1,5-kertaiseksi [tarkistus: $120 \cdot (1{,}5)^2 = 270$].	1
	Hyttysten määrä klo 20 on $1{,}5 \cdot 270 = 405 \approx 400$.	1
	Oikea lauseke on $80 \cdot 1{,}5^t$,	1
	koska siinä on oikea alkuarvo 80	1
	ja oikea kasvukerroin 1,5.	1

B1-osa

5.	$f(x) = g(x)$, kun $x \approx -2{,}5$ tai $x \approx 3{,}2$.	1 1
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow$ kuvaajalla on vaakasuora tangentti $\Leftrightarrow x \approx 1{,}0$	1 1
	$g'(x) = 1 \Leftrightarrow$ kuvaajan $y = g(x)$ tangentti on nouseva ja 45 asteen kulmassa vaakatasoon nähden $\Leftrightarrow x \approx -1{,}0$	 1 1

6.	1. vuonna ei veroa, koska 4 300 $<$ 5 000. 2. vuonna lahjat yhteensä 4 300 + 3 800 = 8 100 euroa. Tästä veroa vakioerän 100 lisäksi $0{,}08 \cdot (8100 - 5000)$ eli yhteensä 348 euroa. 3. vuonna lahjat yhteensä 10 200, josta veroa $100 + 0{,}08 \cdot (10200 - 5000) = 516$ euroa. $\Rightarrow 516 - 348 = 168$ euroa on 3. vuoden vero.	1 1 1 1 1 1

7.	Käytetään normaalijakaumaa $N(\mu,\sigma^2)$, jossa $\mu = 180{,}7$ ja $\sigma = 6{,}0$. Miehen pituutta Y koskeva todennäköisyys on $P(Y \geqslant 190)$, joka saadaan laskimella suoraan tai normeerauksen kautta taulukosta: todennäköisyys on $0{,}0606 \approx 0{,}061$ eli 6,1 %.	 1 1
	Käytetään normaalijakaumaa $N(\mu,\sigma^2)$, jossa $\mu = 167{,}5$ ja $\sigma = 5{,}4$. Naisen pituutta X koskeva todennäköisyys on $P(X \leqslant 162)$, joka saadaan laskimella suoraan tai normeerauksen kautta taulukosta: todennäköisyys on $0{,}15 \Rightarrow 15$ %.	 1 1
	Kysytty pituus L saadaan ehdosta $P(X \geqslant L) = 0{,}04$, joka voidaan ratkaista laskimella tai normeerauksen kautta taulukosta. $\Rightarrow L \approx 176{,}955 \approx 177$.	1 1

8.	Gigatavu: Vertailun kantalukuna on 2^{30}. Erotus $10^9 - 2^{30} = -73741824$. Suhteellinen ero $\frac{-73741824}{2^{30}}$ $\approx -0{,}0686774$, joka selittää arvon 6,87 %. Teratavu: Vastaava lasku $\frac{10^{12}-2^{40}}{2^{40}}$ $\approx -0{,}0905053$, joka selittää arvon 9,05 %.	1 1 1 1 1 1

9.	Jonon alku: $(2, -5, -2, 5, 2, -5, -2, 5, 2, \ldots)$ $\Rightarrow$ jonossa toistuu jaksollisesti $2, -5, -2, 5$. Pienin $k = 4$, joka voidaan perustella yhteenlaskukaavojen avulla.	2 2 2
	Todennäköisyydet liittyvät binomijakaumaan, jossa $p = q = 1/2$. Klaavoista termi $(1/2)^8$, kruunista $(1/2)^2$. Kerroin $\binom{10}{8} = \binom{10}{2} = 45$. Kysytty todennäköisyys $45(1/2)^8(1/2)^2 = 45/1024 \approx 0{,}044$.	2 1+1 1 1

B2-osa

10.

Kaupunki A: alku 16.–26.11., loppu 20.–30.4.	1
Puolivälien pvm 21.11.–25.4. $\Rightarrow$ pysyvä lumipeite n. 156 päivää.	1
Laskettu kolmen muun kaupungin luvut	1
A:n indeksi $100 \cdot 156/210$.	1
≈ 74	1
Laskettu muiden kaupunkien indeksit.	1

11.

Suorakulmainen kolmio, sivujen pituudet 1, 1, $\sqrt{2} \Rightarrow$ piiri $\approx 3{,}41$, pinta-ala $= 0{,}5$	1
$(3{,}41)^2/20 \approx 0{,}58 > 0{,}5 \Rightarrow$ ei ole pullea.	1
Suorakulmio, sivut 1 ja 3: piiri $= 8$, pinta-ala $= 3 \Rightarrow 8^2/20 = 3{,}2 > 3 \Rightarrow$ ei ole pullea.	1
Yksikköympyrä: piiri $= 2\pi$, pinta-ala $= \pi$.	1
$(2\pi)^2/20 \approx 1{,}97 < \pi \Rightarrow$ on pullea.	1
Yksikköneliö: piiri $= 4$, pinta-ala $= 1 \Rightarrow 4^2/20 = 4/5 < 1 \Rightarrow$ on pullea.	1

12.

Selitetty moodin laskeminen.	1
Selitetty keskiarvon laskeminen.	2
Esimerkki jakaumasta, jossa moodi = keskiarvo.	1
Esimerkki jakaumasta, jossa moodi ja keskiarvo erisuuret.	1
Perustelut.	1

13.

Olkoot x (kuvassa vaakasuora) ja y suorakulmion sivujen pituudet.	1
400 m aitaa $\Rightarrow 2x + 4y = 400 \Rightarrow x = 200 - 2y$.	1
Pinta-ala $A = xy = (200 - 2y)y = 200y - 2y^2 = A(y)$ [jossa $0 \leqslant y \leqslant 100$].	1
Derivaatan nollakohta: $A'(y) = 200 - 4y = 0 \Leftrightarrow y = 50$.	1
Tämä antaa maksimin, koska $A(0) = A(100) = 0$ (tai merkkikaavio).	1
Suurin mahdollinen pinta-ala on $A(50) = 5\,000$ neliömetriä.	1