



## FYSIIKAN KOE 28.9.2018 HYVÄN VASTAUKSEN PIIRTEITÄ

Tutkintoaineen sensorikokous on hyväksynyt seuraavat hyvän vastauksen piirteet.

Fysiikka pyrkii ymmärtämään luonnon perusrakennetta, luonnonilmiöiden perusmekanismeja ja niiden säännönmukaisuuksia. Fysiikassa käsitteellinen tieto ja tietorakenteet pyritään ilmaisemaan mahdollisimman kattavina ja yleisinä. Kokeellinen menetelmä on fysiikan tiedon perusta, ja saavutettu tieto esitetään usein matemaattisina teoriarakenteina ja malleina. Malleilla on keskeinen asema myös kehitettäessä, sovellettaessa ja käytettäessä näin saavutettua tietoa. Fysiikan tiedonhankinnalle, tiedon esittämiselle ja sen soveltamiselle on tyypillistä teorian ja kokeellisuuden nivoutuminen toisiinsa.

Fysiikan kokeessa arvioinnin kohteita ovat sekä fysikaalisen tiedon ymmärtäminen että tiedon soveltamisen taito lukion opetussuunnitelman perusteiden mukaisesti. Kokeessa arvioidaan myös kokelaan kokeellisen tiedonhankinnan ja -käsittelyn taitoja. Näitä ovat muun muassa kokeensuunnittelu, yleisimpien mittavälineiden käytön hallinta, tulosten esittäminen ja tulkitseminen sekä johtopäätösten tekeminen. Luonnontieteiden ja teknologian alaan liittyviä ongelmia ratkaistaan käyttäen ja soveltaen fysiikan käsitteitä ja käsite rakenteita. Luovuutta ja kekseliäisyyttä osoittavat ratkaisut katsotaan erityisen ansiokkaiksi. Arviointiin vaikuttavat myös kokelaan vastausten selkeys, asiasisällön johdonmukaisuus ja jäsenyntyneisyys.

Fysiikan tehtävän vastaus sisältää vastauksen perustelut, ellei tehtävänannossa ole toisin mainittu. Kokelas osaa yhdistellä tietoa ja soveltaa oppimaansa. Vastaus osoittaa, että kokelas on tunnistanut oikein fysikaalisen ilmiön ja tarkastelee tilannetta fysikaalisesti mielekkäällä tavalla. Kokelas osaa kuvata sovellettavan fysikaalisen mallin ja perustella, miksi mallia voidaan käyttää kyseisessä tehtävässä. Usein vastauksessa tarvitaan tilannekuvioita, voimakuvioita, kytkentäkaavioita tai graafista esitystä. Kuviot, kaaviot ja graafiset esitykset ovat selkeitä ja oppiaineen yleisten periaatteiden mukaisia. Voimakuviossa todelliset voimat erotetaan vektorikomponenteista selkeästi.

Matemaattista käsittelyä edellyttävissä tehtävissä suureyhtälöt ja kaavat on perusteltu tavalla, joka osoittaa kokelaan hahmottaneen tilanteen, esimerkiksi lähtien jostain fysiikan peruslaista tai -periaatteesta. Vastauksessa on esitetty tarvittavat laskut sekä muut riittävät perustelut ja lopputulos. Suureiden arvojen sijoituksia yhtälöön ei digitaalisessa kokeessa tarvitse kirjoittaa näkyviin, jos vastauksessa on selkeästi esitetty, mitä lukuarvoa ja yksikköä kullekin suuresymbolille käytetään. Fysiikan kokeessa kaikki funktio-, graafiset ja symboliset laskimet ovat sallittuja. Symbolisen laskimen avulla tehdyt ratkaisut hyväksytään, kunhan ratkaisusta käy ilmi, mihin tilanteeseen ja yhtälöihin ratkaisu symboleineen perustuu. Laskimen avulla voidaan ratkaista yhtälöitä ja tehdä päätelmiä kuvaajista tehtävänannon edellyttämällä tavalla.

## OSA I

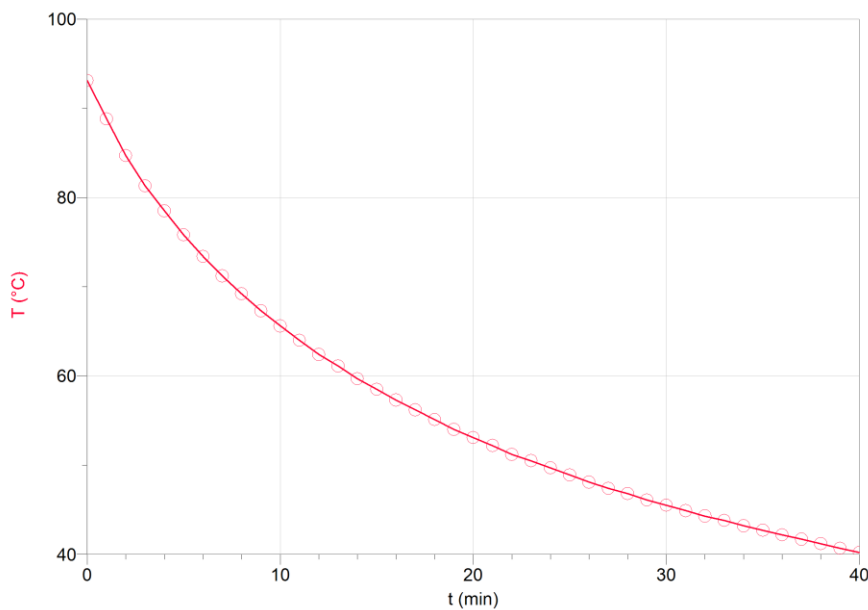
### 1. Monivalintatehtäviä fysiikan eri osa-alueilta (20p.)

- 1.1. suuntautuu alaspäin (2 p.)  
1.2. suuntautuu alaspäin (2 p.)  
1.3. on nolla (2 p.)  
1.4. paino (gravitaatiovoima) (2 p.)  
1.5. 2 (toinen vasemmalta) (2 p.)  
1.6. Kuva 2. Kuvassa ylimpänä oleva lamppu ei ole osa suljettua virtapiiriä, joten lamppu ei pala. Muut lamput ovat keskenään sarjassa ja niiden läpi kulkee yhtä suuri sähkövirta, joten ne palavat keskenään yhtä kirkkaasti. (5 p.)  
1.7. Kuva 4. Kytkenässä oikean- ja vasemmanpuoleisen lampun läpi kulkee yhtä suuri sähkövirta kuin pariston läpi, joten nämä lamput palavat keskenään yhtä kirkkaasti. Keskimmäiset lamput on kytketty rinnan, joten kummankin lampun läpi kulkee puolet pariston sähkövirrasta. Keskimmäiset lamput palavat keskenään yhtä kirkkaasti, mutta himmeämmin kuin oikea ja vasen lamppu. (5 p.)

## OSA II

### 2. Kahvin jäähtyminen (15 p.)

#### 2.1.



(5 p.)

## 2.2.

Oletetaan, että kahvin ominaislämpökapasiteetti on sama kuin vedellä,  $c = 4,1819$  kJ/(kg·K).

Oletetaan, että kahvin tiheys on vakio ja sama kuin veden tiheys lämpötilassa 80 °C,  $\rho = 0,97181$  kg/l (taulukot).

Luetaan kuvaajasta kahvin lämpötilan muutos aikavälillä 2,5 min – 5,5 min:

$$\Delta T = (83,0 - 74,6) \text{ °C} = 8,4 \text{ °C} = 8,4 \text{ K}$$

Kahvin luovuttama lämpö:

$$Q = cm\Delta T = c\rho V\Delta T$$

$$= 4,1819 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) \cdot 0,97181 \text{ kg}/\text{l} \cdot 0,192 \text{ l} \cdot 8,4 \text{ K}$$

$$= 6,5544389 \text{ kJ} \approx 6,6 \text{ kJ}$$

(5 p.)

## 2.3.

Jotta kahvi pysyisi vakiolämpötilassa, kahvia pitää lämmittää itseisarvoltaan yhtä suurella teholla kuin se, jolla lämpöä poistuu kahvista tässä lämpötilassa. Jäähdytymisen teho

$P = \frac{Q}{\Delta t} = cm \frac{\Delta T}{\Delta t}$ , joten hetkellinen jäähtymisteho on  $P_i = cm \frac{dT_i}{dt_i}$ , jossa  $\frac{dT_i}{dt_i} = k_i$  on kuvaajalle pisteeseen  $(t_i, T_i)$  piirretyn tangentin kulmakerroin.

Kuvaajasta määritettynä

$$\frac{dT_i}{dt_i} = -1,6 \text{ °C}/\text{min} = -0,02666\dots \text{ K}/\text{s}$$

$$P_i = 4,1819 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) \cdot 0,97181 \text{ kg}/\text{l} \cdot 0,192 \text{ l} \cdot (-0,02666\dots \text{ K}/\text{s}) = -0,0208077 \text{ kW} \\ \approx -21 \text{ W}$$

Vastaus: Kahvia pitää lämmittää 21 W teholla.

(5 p.)

### 3. Tasavirtapiiri (15 p.)

#### 3.1.

Virtapiiri on haarautumaton (jännitemittarin läpi ei kulje virtaa), joten virtamittarin läpi kulkee yhtä suuri virta kuin vastuksen  $R_a$  läpi. Näin ollen kaikilla nollasta poikkeavilla vastuksen napajännitteen  $U_a$  ja sähkövirran voimakkuuden  $I$  arvoilla pätee Ohmin lain mukaisesti

$$R_a = \frac{U_a}{I}.$$

(3 p.)

Kun  $U_s = 5,00 \text{ V}$ , niin

$$R_a = \frac{2,62 \text{ V}}{0,0468 \text{ A}} \approx 56,0 \Omega.$$

(2 p.)

#### 3.2.

Jännitelähde  $U_s$  ja paristo  $U_x$  on kytketty vastakkaisiin suuntiin. Sähkövirta piirissä lakkaa kulkemasta, kun  $U_s - U_x = 0$ .

(2 p.)

Kokeilemalla havaitaan, että sähkövirta lakkaa, kun  $U_s = 1,35 \text{ V}$ . Näin ollen pariston  $U_x$  lähdejännite on myös  $1,35 \text{ V}$ .

(2 p.)

#### 3.3.

Kirchhoffin jännitelain mukaan

$$U_s - IR_b - U_x - U_a = 0.$$

(2 p.)

$$R_b = \frac{U_s - U_x - U_a}{I}$$

(2 p.)

Kun  $U_s = 5,00 \text{ V}$ , niin

$$R_b = \frac{5,00 \text{ V} - 1,35 \text{ V} - 2,62 \text{ V}}{0,0468 \text{ A}} = 22,0 \Omega.$$

(2 p.)

#### 4. Tukki pinoon (15 p.)

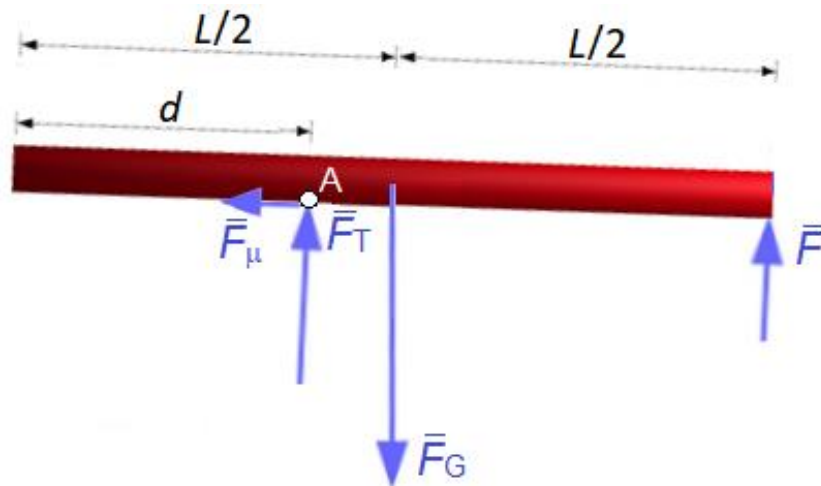
##### 4.1.

Tukin pituus on  $L = 3,5$  m ja halkaisija  $D = 25$  cm sekä puun tiheyden taulukkoarvo  $\rho = 520$  kg/m<sup>3</sup>.

Tukin massa on  $m = \rho(\pi D^2/4)L$  ja paino

$$F_G = mg = \rho \frac{\pi D^2}{4} Lg = 876,4 \text{ N.}$$

Tukkiin vaikuttavat paino  $F_G$ , halkopinon aiheuttama tukivoima  $F_T$  ja kitkavoima  $F_\mu$  sekä Konstan aiheuttama työntövoima  $F$ .



Tukin ja puupinon välinen kosketuspiste A sijaitsee etäisyydellä  $d = 1,4$  m tukin vasemmanpuoleisesta päästä. Tasapainotilanteessa voimien momenttien summa kyseisen pisteen suhteen on nolla. Tuella ja kitkalla ei ole vartta eikä siis momenttiakaan A:n suhteen, joten henkilön työntövoiman momentin  $M$  on kompensoitava painon momentti  $M_G$ . Jälkimmäinen on itseisarvoltaan suurimmillaan, kun painon varsi on suurimmillaan eli kun tukki on jo (lähes) vaakasuorassa. Valitaan positiivinen kiertosuunta vastapäivään.

$$M = F(L - d) \text{ ja } M_G = -F_G \left( \frac{L}{2} - d \right).$$

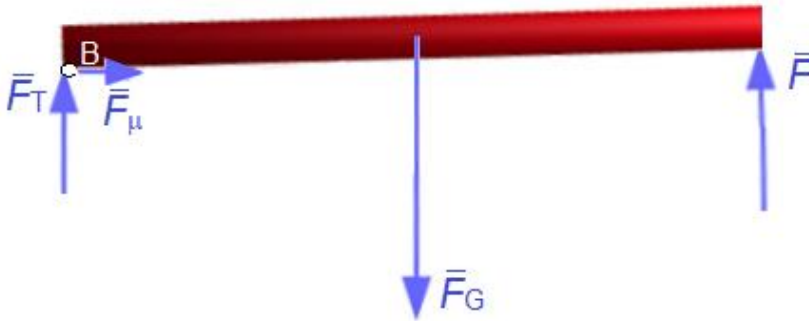
Momenttiehdosta  $M + M_G = 0$  seuraa tällöin, että

$$F(L - d) - F_G \left( \frac{L}{2} - d \right) = 0$$
$$F = \frac{\frac{L}{2} - d}{L - d} F_G = \frac{\frac{1}{2} - \frac{d}{L}}{1 - \frac{d}{L}} F_G = 146,1 \text{ N} \approx 150 \text{ N.}$$

(8 p.)

#### 4.2.

Käsittely etenee kuten kohdassa 4.1. paitsi, että tarkastellaan momentteja uuden kosketuspisteen B suhteen. Painon momentti on suurimmillaan, kun tukki on vielä (lähes) vaakasuorassa.



Nyt  $M = FL$  ja  $M_G = -F_G \frac{L}{2}$ .

Momenttiehto  $M + M_G = FL - F_G \frac{L}{2} = 0$ .

$$F = \frac{F_G}{2} = 438,2 \text{ N} \approx 440 \text{ N}.$$

(7 p.)

## 5. Seisovat ääniaallot (15 p.)

### 5.1.

Seisovassa ääniaallossa on paikallaan pysyviä amplitudiminimejä ja -maksimeja. Seisova ääniaalto syntyy, kun rajapintaa kohti tuleva ääni ja rajapinnasta heijastunut ääni interferoivat. Koska tulevalla ja heijastuneella äänellä on sama taajuus ja aallonpituus, niiden vaihe-ero on vakio. Näin rajapinnan edessä tietyissä kohdissa aallot aina vahvistavat toisiaan (amplitudimaksimi, konstruktiiivinen interferenssi) ja toisissa kohdissa aallot aina sammuttavat toisensa (amplitudiminimi, destruktiiivinen interferenssi). Maksimit ovat toisistaan puolen aallonpituuden etäisyydellä, samoin minimi.

(5 p.)

### 5.2.

Putken avoimet päädyt ovat rajapintoja, joista osa putken sisältä tulevasta äänestä heijastuu takaisin putken sisään. Äänen aallonpituuksilla  $2L/N$ , jossa  $L$  on putken pituus ja  $N=1, 2, 3, \dots$ , putkeen syntyy seisova aaltoliike, jossa putken päissä ovat äänen liikemaksimit (paineminimit) ja putken sisällä on  $N$  painemaksimia. Näitä aallonpituuksia vastaavilla taajuuksilla ilmenee resonanssi, joka saa putken sisällä olevan ilmapatsaan värähtelemään voimakkaasti. Tämä kuullaan äänen voimistumisena. Ääniraudan taajuus on sama kuin alin resonanssitaajuus, jota vastaa aallonpituus  $2L$ .

(5 p.)

### 5.3.

Kun putken toinen pää tukitaan, tukittuun päähän syntyy aina painemaksimi. Tällöin resonanssitaajuuksia vastaavat aallonpituudet ovat  $\lambda_1 = 4L$ ,  $\lambda_2 = \frac{4L}{3}$ ,  $\lambda_3 = \frac{4L}{5}$  jne. Aallonpituutta  $2L$  vastaava taajuus ei ole resonanssitaajuuksien joukossa, joten ääniraudan ääni ei vahvistu.

(5 p.)

## 6. Valon taittuminen (15 p.)

### 6.1.

Kun valo taittuu ilmasta akryyliin,  
valon aallonpituus pienenee, (2 p.)  
valon nopeus pienenee ja (2 p.)  
valon taajuus pysyy samana. (2 p.)

### 6.2.

Snellin laki:  $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$ , jossa  $\alpha_1$  ja  $\alpha_2$  ovat säteen ja pinnan normaalin väliset kulmat aineessa 1 ja 2 ja  $n_1$  ja  $n_2$  ovat aineiden 1 ja 2 taitekertoimet.

Vihreälle valolle taitekertoimet ovat:

akryyli  $n_a = 1,507$ , vesi  $n_v = 1,335$ , ilma  $n_i = 1,000$ .

Tulokulma ilmassa:  $\alpha_1 = 52^\circ$

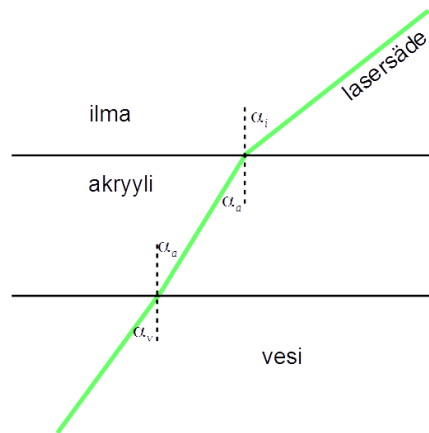
Taitekulma akryylissa:  $\alpha_a = \arcsin\left(\frac{n_i}{n_a} \cdot \sin \alpha_i\right) = 31,527^\circ \approx 32^\circ$

Taitekulma vedessä:  $\alpha_v = \arcsin\left(\frac{n_a}{n_v} \cdot \sin \alpha_a\right) = 36,176^\circ \approx 36^\circ$

(5 p.)

### 6.3.

Oheisen kuvan ja Snellin lain mukaisesti:  $\frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha_a} = \frac{n_a}{n_i}$  ja  $\frac{\sin \alpha_a}{\sin \alpha_v} = \frac{n_v}{n_a}$ .



Kerrotaan yhtälöt puolittain:  $\frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha_a} \cdot \frac{\sin \alpha_a}{\sin \alpha_v} = \frac{n_a}{n_i} \cdot \frac{n_v}{n_a} \Rightarrow \frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha_v} = \frac{n_v}{n_i}$

Tämä on sama laki kuin valon tullessa suoraan ilmasta veteen. Näin ollen taitekulma vedessä ei muutu, kun akryylilevy poistetaan.

(3 p.)



Samaan lakiin päädytään riippumatta siitä, mikä on ilman ja veden välissä olevan levyn taitekerroin. Näin ollen taitekulma vedessä ei muutu, vaikka levyn materiaali vaihdetaan.

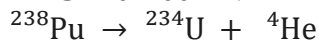
(1 p.)

## 7. Radioaktiivisuus (15 p.)

### 7.1.

Voyager-luotaimessa lämpöenergia muutetaan sähköenergiaksi lämpösähköisen ilmiön avulla.

Energia syntyy hajoamisreaktiossa



(3 p.)

### 7.2.

Yhden ytimen hajoatessa syntyy massakadon verran energiaa.

Isotooppien massat ovat:  $M_{\text{Pu}} = 238,049553 \text{ u}$ ,  $M_{\text{U}} = 234,040946 \text{ u}$  ja  $M_{\text{He}} = 4,0026033 \text{ u}$ .

$$Q = (M_{\text{Pu}} - M_{\text{U}} - M_{\text{He}})c^2 \approx 5,5924 \text{ MeV}$$

(4 p.)

### 7.3.

Aktiivisuus pienenee ajan kuluessa  $A = A_0 e^{-\lambda t}$ , missä  $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$ .

(1 p.)

Aktiivisuus saadaan aktiivisten ytimien lukumäärä avulla  $A_0 = \lambda N_0$ , missä  $N_0 = \frac{m}{M_{\text{Pu}}}$ .

Aktiivisuus alussa oli  $A_0 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \frac{m}{M_{\text{Pu}}}$ , missä  $m = 13 \text{ kg}$ ,  $M_{\text{Pu}} = 238,049553 \text{ u}$ ,

$1 \text{ u} = 1,660539 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ,  $T_{1/2} = 87,7 \text{ vuotta}$  ja  $1 \text{ vuosi} = 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}$ .

Fysiikan ylioppilaskoe pidetään syyskuussa 2018. Luotain laukaistiin syyskuussa 1977. Luotaimen laukaisusta on siis  $t = 41 \text{ vuotta}$ .

Aktiivisuus nyt on  $A = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \frac{m}{M_{\text{Pu}}} e^{-\lambda t} \approx 6,0 \cdot 10^{15} \text{ Bq}$ .

(4 p.)

#### 7.4.

Reaktorissa vapautuva energia aikayksikössä on reaktorin lämpöteho  $P_L = QA_0$  ja sähköteho  $P_S = \eta QA_0$ .

Hyötysuhde  $\eta = 0,065$ . Otetaan  $Q = 5,5924$  MeV kohdasta 7.2. ja lasketaan aktiivisuus

$$A_0 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \frac{m}{M_{\text{Pu}}} = 8,242257 \cdot 10^{15} \text{ Bq.}$$

$$P_S = \eta(M_{\text{Pu}} - M_U - M_\alpha)c^2 \frac{m \ln 2}{M_{\text{Pu}} T_{1/2}} \approx 480 \text{ W.}$$

(3 p.)

#### 8. Nauhageneraattori (15 p.)

Kuvun säde:	$R$
Pallon säde:	$r$
Kuvun ja pallon keskipisteiden etäisyys:	$d$
Kuvun varaus:	$Q$
Pallon varaus:	$q$
Pallon massa:	$m$
Ripustuslangan kulma:	$\alpha$

Kuvun potentiaali on  $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$ , josta saadaan kuvun varaukseksi  $Q = 4\pi\epsilon_0 VR$ .

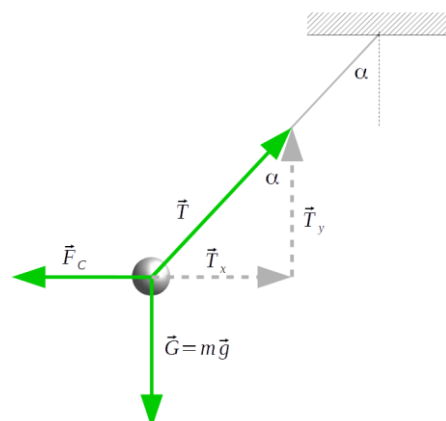
Kun pallo ja kupu ovat koskettaneet, niillä on sama potentiaali, joten pallon varaus  $q = 4\pi\epsilon_0 Vr$ .

(3 p.)

Voimakuviosta:

$$N \text{ II: } \sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{F}_c + \vec{G} + \vec{T} = \vec{0}$$



(5 p.)

$$\tan \alpha = \frac{T_x}{T_y} = \frac{F_C}{mg} \Rightarrow F_C = mg \tan \alpha$$

Kuvun palloon kohdistama voima saadaan myös Coulombin laista:

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{d^2} = mg \tan \alpha$$

(4 p.)

Sijoitetaan kuvun ja johdepallon varausten lausekkeet:

$$\frac{(4\pi\epsilon_0)^2 V^2 Rr}{4\pi\epsilon_0 d^2} = mg \tan \alpha$$

$$V = \sqrt{\frac{d^2 mg \tan \alpha}{4\pi\epsilon_0 Rr}} = \sqrt{k \cdot \frac{d^2 mg \tan \alpha}{Rr}}$$

(3 p.)

Generaattorikuvun ja johdepallon välinen etäisyys oli valitettavasti jäänyt pois aineistosta. Vastaukseksi riittää oikea suureyhtälö potentiaalille. Myös kuvan perusteella tehty järkevä arvio etäisyydelle ja sen pohjalta laskettu kuvun potentiaali kelpaa.

### OSA III

#### 9. Kissakosken voimalaitos (20 p.)

##### 9.1.

Voimalaitoksen ylävesiallas täyttyy veden kiertokulun takia. Voimalaitoksen ylävesialtaassa olevalla vedellä on potentiaalienergiaa. Veden siirtyessä virtaamaan tulokanavaan sen energia muuttuu liike-energiaksi. (2 p.)

Turbiinin läpi kulkevan veden suoraviivaisen liikkeen liike-energia muuttuu turbiinin siipien pyörimisliikkeen liike-energiaksi. Turbiini pyörittää samalle akselille kiinnitettyä generaattoria, joka muuttaa energian sähköenergiaksi. (3 p.)

##### 9.2.

Generaattorin toiminta perustuu sähkömagneettiseen induktioon. Generaattorissa johdinsilmukka pyörii magneettikentässä, jolloin silmukkaan indusoituu jännite. (3 p.)

##### 9.3.

Vaihtojännitettä kuvataan taajuudella ja jännitteen tehollisarvolla, toisinaan myös jännitteen huippuarvolla. (2 p.)

Jännitteen tehollisarvo ja huippuarvo ovat suoraan verrannollisia käytetyn magneetikentän magneettivuon tiheyteen, silmukan pinta-alaan, siinä olevien kierrosten lukumäärään ja käämin kulmanopeuteen. (3 p.)

Käämin kulmanopeus (pyörimisnopeus) määrittää myös vaihtojännitteen taajuuden, joka Suomessa on 50 Hz. Kun kulmanopeus on vakio, vaihtojännitteestä tulee sinifunktion muotoinen. Tällöin jännitteen huippuarvon ja tehollisarvon suhde on  $\sqrt{2}$ . (2 p.)

#### 9.4.

Teho on tehty työ aikayksikössä  $P = W/\Delta t$ .

Veden pudotessa alaspäin matkan  $h$  painovoima tekee työn  $W = mgh = V\rho gh$ .

Taulusta löytyy tieto putoukorkuudesta  $h = 5$  m ja virtauksen suuruudesta  $\Delta V/\Delta t = 25,7$  m<sup>3</sup>/s. Arviossa voidaan käyttää myös rakennusvirtaamaa.

$$P = \rho gh V/\Delta t = 1000 \text{ kgm}^3 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 5 \text{ m} \cdot 25,7 \text{ m}^3/\text{s} \approx 1,3 \text{ MW}$$

(5 p.)

### 10. Tähdet ja avaruus (20 p.)

#### 10.1.

Gravitaatiovoima aiheuttaa tähdelle normaalikiikityvyyden.

$$\text{N II: } F = ma_n = m \frac{v^2}{r} \text{ gravitaatiovoima } F = \gamma \frac{mM_0}{r^2}$$

(3 p.)

$$m \frac{v^2}{r} = \gamma \frac{mM_0}{r^2} \Rightarrow v^2 = \gamma \frac{M_0}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{\gamma M_0}{r}}$$

(3 p.)

#### 10.2.

10.1. kohdasta saadaan, että

$$v^2 = \gamma \frac{M(r)}{r} \Rightarrow M(r) = \frac{v^2}{\gamma} r,$$

jossa  $v$  on mittaustuloksista saatava vakio  $v \approx 150$  km/s.

$$\text{Laki pätee kirkkaana näkyvän osan rajalla: } M_0 = \frac{v^2}{\gamma} r_0 \Rightarrow \frac{v^2}{\gamma} = \frac{M_0}{r_0},$$

joten massan riippuvuus säteestä voidaan ilmaista myös  $M(r) = \frac{M_0}{r_0} r$ .

(4 p.)

### 10.3.

Kohdassa 10.1. saatu tulos ennustaa, että jos galaksin massasta suurin osa on kirkkaana näkyvässä osassa, tähtien kiertonopeuksien pitäisi olla kirkkaana näkyvän osan ulkopuolella kääntäen verrannollisia galaksin keskustasta mitatun etäisyyden neliöjuureen,  $v \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$ . Näin ei mittaustulosten perusteella ole. (2 p.)

Kohdassa 10.2. saatu mittaustuloksiin perustuva massajakautuma ei voi aiheutua kirkkaana näkyvän osan ulkopuolella kiertävistä tähdistä, koska niitä on hyvin harvassa. (2 p.)

Näin ollen galaksiin täytyy tähtien lisäksi kuulua pimeää ainetta.

Galaksin kokonaismassa  $M_{\text{tot}}$  on vähintään etäisyydellä  $r = 30$  kpc kiertävän tähden radan sisään jäävä massa.

$$M(r) = \frac{v^2}{\gamma} r \Rightarrow$$

$$M_{\text{tot}} = \frac{(150000 \text{ m/s})^2}{6,67384 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^2} \cdot 30000 \cdot 3,08568 \cdot 10^{16} \text{ m} = 3,12089 \cdot 10^{41} \text{ kg} \approx 3,1 \cdot 10^{41} \text{ kg}$$

(3 p.)

Toisaalta

$$M_{\text{tot}} = \frac{M_0}{6 \text{ kpc}} \cdot 30 \text{ kpc} = 5M_0 \Rightarrow M_0 = 0,2M_{\text{tot}}$$

Galaksin kirkkaana näkyvän osan massa on siis vain 20 % galaksin kokonaismassasta.

(3 p.)

## 11. Kiinteistön jäähdytys (20 p.)

### 11.1.

Aineiston energialaskentaoppaassa kuvaillaan rakennuksen ilmastointijärjestelmää, jossa huonetila jäähdytetään kompressoritoimisen jäähdytyskoneen ja lämmönsiirtimen avulla. Järjestelmän kiertovesi jäähdytetään ensin jäähdytyskoneella ja viedään sen jälkeen lämmönsiirtimeen. Lämmönsiirtimessä huoneeseen puhallettava ilma viilennetään kylmän kiertoveden avulla. (2 p.)

Lämmön siirtymisnopeus huonetilasta, eli lämmönsiirtimen jäähdytysteho, riippuu kiertoveden jäähdytystehosta. Kiertoveden jäähdytys tapahtuu kompressorijäähdytyksellä eli koneella, joka toimii kuin vastakkaissuuntainen ilmalämpöpumppu. (1 p.)

Kompressorijäähdytys on kiertoprosessi, joka perustuu kylmäaineen olomuodon muutokseen. Höyrymäinen kylmäaine puristuu korkeaan paineeseen kompressorin avulla. Puristuksessa lämmennyt höyry virtaa lauhduttimeen, jossa se luovuttaa lämpöä ympäristöön ja tiivistyy nesteeksi. Tämän jälkeen neste virtaa kuristusventtiilin kautta pienempään paineeseen ja alkaa kiehua kylmätilassa olevassa höyrytimessä. Kylmäaine ottaa höyrystymiseen tarvittavan energian ympäristöstä, jolloin kylmätilan lämpötila laskee. Sitten höyry virtaa kylmätilan ulkopuolelle takaisin kompressorin ja sama prosessi toistuu uudelleen. (3 p.)

Jäähdytysprosessissa tarvitaan sähköä mm. kylmäaineen kierrättämiseen ja kompressorin sekä puhaltimien toimintaan. (1 p.)

### 11.2.

Kylmäkerroin kuvaa jäähdytettävästä tilasta pois siirretyn lämmön ja tehdyn työn välistä suhdetta. Teoriassa tämä voisi olla suurempi tai pienempi kuin yksi, mutta käytännön jäähdytyslaitteilla saavutetaan aina suurempi kylmäkerroin kuin yksi. Eli lämpöä siirretään enemmän kuin siirtoon tehdään työtä. (2 p.)

### 11.3.

Prosessin tehdessä työtä hyötysuhde saadaan tuotetun hyödyn eli työn  $W$  ja prosessiin tuodun lämmön  $Q_1$  suhteena. Prosessiin tuotu lämpö on yhtä suuri kuin tehdyn työn ja prosessista pois siirtyvän lämmön  $Q_2$  summa. Hyötysuhde on  $\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{W}{W+Q_2}$ . Kohdan 11.2. perusteella kylmäkerroin  $\varepsilon = \frac{Q_2}{W}$ , jolloin  $\eta = \frac{1}{1+\varepsilon}$ . (2 p.)

**11.4.**

Häviökertoimella kuvataan jäähdytyksen tehokkuutta eli poistuvan lämmön ja otetun lämmön välistä suhdetta. Lämpöopin toisen pääsäännön mukaan lämpö ei voi siirtyä kylmästä säiliöstä lämpimään säiliöön ilman että työtä tehdään, jolloin poistuva lämpö tulee aina olemaan suurempi kuin jäähdytyskoneen ottama lämpö. Häviökerroin kuvaa poikkeamaa tilanteesta, jossa lämmöt ovat yhtä suuria. Jos

$$P_{jk} = (1 + \beta_{hji})P_{ji}$$

niin

$$(1 + \beta_{hji}) = \frac{P_{jk}}{P_{ji}} = \frac{Q_{jk}}{Q_{ji}} \propto \frac{T_{ympäristö}}{T_{vesi}} \rightarrow \beta_{hji} \propto \frac{T_{ympäristö}}{T_{vesi}} - 1$$

Näin ollen, kylmän veden lämpötilan laskiessa,  $\beta_{hji}$  kasvaa.

(2 p.)

**11.5.**

Tiivistyvä vesi luovuttaa lämpöä ympäristöön, jolloin jäähdytyksen tehokkuus laskee.

(2 p.)

**11.6.**

Jäähdytyksen kuluttama sähköteho on

$$P_{jäähdytys} = \frac{P_{jk}}{\varepsilon_E} = \frac{(1 + \beta_{hji})P_{ji}}{\varepsilon_E}$$

(2 p.)

Vastaavasti sähköenergia on

$$E_{sähkö} = P_{jäähdytys}t = \frac{(1 + \beta_{hji})P_{ji}}{\varepsilon_E}t$$

(2 p.)

Jos jäähdytysteho ilmalauhdutteisella kompressoritoimisella jäähdytyskoneella (johon sisältyy kondenssihäviö) on 770 W (kylmäkerroin luetaan taulukosta 1 ja häviökerroin toisesta sarakkeesta taulukosta 2), niin vuodessa kuluu

$$E_{sähkö} = \frac{(1 + 0,3) \cdot 770 \text{ W}}{2,5} \cdot 31536000 \text{ s} = 12627014400 \text{ J} \approx 1,3 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

eli vuodessa  $E_{sähkö} \approx 3500 \text{ kWh}$ .

(1 p.)