MATEMATIKPROV, KORT LÄROKURS 1.10.2018
BESKRIVNING AV GODA SVAR

De beskrivningar av svarens innehåll och poängsättningar som ges här är inte bindande för studentexamensnämndens bedömning. Censorerna beslutar om de kriterier som används i den slutgiltiga bedömningen.

Av en god prestation framgår det hur examinanden har kommit fram till svaret. I lösningen måste det ingå nödvändiga uträkningar eller andra tillräckliga motiveringar och ett slutresultat. I bedömningen fästs uppmärksamhet vid helheten och vid de tre stegen start, mellansteg och slutresultat. Räknefel som inte väsentligt ändrar uppgiftens natur ger ingen betydande sänkning av antalet poäng. Räknefel och fel i den matematiska modellen som ändrar uppgiftens natur kan däremot sänka antalet poäng avsevärt.

I provet är räknaren ett hjälpmedel, och dess roll bedöms separat för varje uppgift. Om symbolräknare använts i en uppgift ska det framgå av prestationen. I lösningar av uppgifter som kräver analys räcker det inte enbart med ett svar som erhållits med hjälp av räknaren utan övriga motiveringar. Däremot räcker ett svar som examinanden fått med räknaren i allmänhet i rutinberäkningar. Detsamma gäller rutinmässiga delar av mera omfattande uppgifter. Exempel på sådana är omskrivning av uttryck, ekvationslösning samt derivering och integrering av funktioner.

Del A

1.

$f(4) = (4-2)(4+3)$	1
$= 14$	1
$f(x) = (x-2)(x+3) = 0 \Leftrightarrow x-2=0$ eller $x+3=0$	1
$\Leftrightarrow x = 2$ eller $x = -3$	1
$f(x) = -6 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = -6 \Leftrightarrow x(x+1) = 0$	1
$\Leftrightarrow x = 0$ eller $x = -1$	1

2.

Plaketten är inskriven i en rektangel, vars area är $6 \cdot 9 = 54$	1
$\Rightarrow$ Vi får plakettens area genom att subtrahera trianglarnas areor från rektangeln.	1
Trianglarnas areor är 3, 3, 4 och 1,	1+1
vilkas summa är 11.	1
Resultat $54 - 11 = 43$.	1

3.

Aritmetisk talföljd: $x - 27 = 3 - x$	1
$\Leftrightarrow 2x = 30$	1
$\Leftrightarrow x = 15$.	1
Geometrisk talföljd: $\frac{3}{x} = \frac{x}{27}$	1
$\Leftrightarrow x^2 = 81$	1
$\Leftrightarrow x = 9$.	1

4.

Eftersom $120/80 = 1{,}5$ och det är fråga om en exponentiell modell,	1
växer myggornas antal 1,5-faldigt på en timme [kontroll: $120 \cdot (1{,}5)^2 = 270$]	1
Antalet myggor kl. 20 är $1{,}5 \cdot 270 = 405 \approx 400$.	1
Det rätta uttrycket är $80 \cdot 1{,}5^t$	1
eftersom den har korrekt startvärde 80	1
och korrekt tillväxtfaktor 1,5.	1

Del B1

5.	$f(x) = g(x)$, då $x \approx -2{,}5$ eller $x \approx 3{,}2$.	1 1
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow$ grafens tangent är vågrät $\Leftrightarrow x \approx 1{,}0$.	1 1
	$g'(x) = 1 \Leftrightarrow$ tangenten till grafen $y = g(x)$ är stigande och bildar en 45 graders vinkel med x-axeln $\Leftrightarrow x \approx -1{,}0$.	 1 1

6.	Första året ingen skatt, eftersom $4\,300 < 5\,000$. Andra året är gåvorna totalt $4\,300 + 3\,800 = 8\,100$ euro. För detta betalas förutom beloppet vid nedre gränsen 100 € ytterligare $0{,}08 \cdot (8100 - 5000)$ i skatt, dvs. totalt 348 euro. Tredje året är gåvorna totalt 10 200, av vilket $100 + 0{,}08 \cdot (10200 - 5000) = 516$ euro $\Rightarrow$ tredje året är skatten $516 - 348 = 168$ euro.	1 1 1 1 1 1

7.	Vi använder normalfördelningen $N(\mu,\sigma^2)$, där $\mu = 180{,}7$ och $\sigma = 6{,}0$. För mannens längd Y är sannolikheten $P(Y \geqslant 190)$, som vi får direkt med räknaren eller genom normering och tabell: sannolikheten är $0{,}0606 \approx 0{,}061$ dvs. 6,1 %.	 1 1
	Vi använder normalfördelningen $N(\mu,\sigma^2)$, där $\mu = 167{,}5$ och $\sigma = 5{,}4$. För kvinnans längd X är sannolikheten $P(X \leqslant 162)$, som vi får direkt med räknaren eller genom normering och tabell: sannolikheten är $0{,}15 \Rightarrow 15$ %.	 1 1
	Den efterfrågade längden L får vi ur villkoret $P(X \geqslant L) = 0{,}04$, som kan lösas med räknare eller genom normering och tabell $\Rightarrow L \approx 176{,}955 \approx 177$.	1 1

8.	Gigabyte: Den riktiga talfaktorn är 2^{30}. Differens $10^9 - 2^{30} = -73741824$. Relativ differens $\frac{-73741824}{2^{30}}$ $\approx -0{,}0686774\ldots$, som förklarar värdet 6,87 %. Terabyte: Motsvarande uträkning $\frac{10^{12}-2^{40}}{2^{40}}$ $\approx -0{,}09050529\ldots$, som förklarar värdet 9,05 %.	1 1 1 1 1 1

9.	Talföljdens start: $(2, -5, -2{,}5, 2, -5, -2{,}5, 2, \ldots)$ $\Rightarrow$ i följden upprepas periodiskt $2, -5, -2{,}5$ Minsta $k = 4$, som man kan motivera med hjälp av summaformler.	2 2 2
	Sannolikheten anknyter till binomialfördelningen, där $p = q = 1/2$. Av klavarna får vi faktorn $(1/2)^8$, och av kronorna $(1/2)^2$. Koefficienten $\binom{10}{8} = \binom{10}{2} = 45$. Den efterfrågade sannolikheten är $45(1/2)^8(1/2)^2 = 45/1024 \approx 0{,}044$.	2 1+1 1 1

Del B2

10.

Till exempel punkten A: start 16–26.11, slut 20–30.4.	1
Datum för intervallens mittpunkter 21.11–25.4. $\Rightarrow$ det bestående snötäcket är cirka 156 dagar.	1
Beräknade värden för de övriga tre städerna.	1
Indexet för staden A: $100 \cdot 156/210$	1
$= 74{,}3\ldots \approx 74$.	1
Beräknade index för de övriga städerna.	1

11.

Rätvinklig triangel där sidornas längder är 1, 1, $\sqrt{2} \Rightarrow$ omkretsen $\approx 3{,}41$, arean $= 0{,}5$.	1
$(3{,}41)^2/20 \approx 0{,}58 > 0{,}5 \Rightarrow$ är inte trind.	1
Rektangel med sidorna 1 och 3: omkrets $= 8$, area $= 3 \Rightarrow 8^2/20 = 3{,}2 > 3 \Rightarrow$ är inte trind.	1
Enhetscirkeln: omkrets $= 2\pi$, area $= \pi$	1
$(2\pi)^2/20 \approx 1{,}97 < \pi \Rightarrow$ är trind.	1
Enhetskvadraten: omkrets $= 4$, area $= 1 \Rightarrow 4^2/20 = 4/5 < 1 \Rightarrow$ är trind.	1

12.

Examinanden har beskrivit hur man beräknar typvärdet	1
Examinanden har beskrivit hur man beräknar medelvärdet	2
Exempel på en fördelning där typvärdet = medelvärdet	1
Exempel på en fördelning där typvärdet och medelvärdet är olika stora.	1
Motiveringar.	1

13.

Anta att x (i figuren den vågräta) och y är längderna av rektangelns sidor	1
Det finns 400 m stängsel $\Rightarrow 2x + 4y = 400 \Rightarrow x = 200 - 2y$.	1
Arean $A = xy = (200 - 2y)y = 200y - 2y^2 = A(y)$ [där $0 \leqslant y \leqslant 100$].	1
Derivatans nollställe: $A'(y) = 200 - 4y = 0 \Leftrightarrow y = 50$.	1
Det här ger maximivärdet eftersom $A(0) = A(100) = 0$ (eller teckenschema).	1
Den största möjliga arean är $A(50) = 5000$ kvadratmeter.	1