MATEMATIKPROV, KORT LÄROKURS 22.3.2017
BESKRIVNING AV GODA SVAR

Examensämnets censorsmöte har godkänt följande beskrivningar av goda svar.

Av en god prestation framgår det hur examinanden har kommit fram till svaret. I lösningen måste det ingå nödvändiga uträkningar eller andra tillräckliga motiveringar och ett slutresultat. I bedömningen fästs uppmärksamhet vid helheten och vid de tre stegen start, mellansteg och slutresultat. Räknefel som inte väsentligt ändrar uppgiftens natur ger ingen betydande sänkning av antalet poäng. Räknefel och fel i den matematiska modellen som ändrar uppgiftens natur kan däremot sänka antalet poäng avsevärt.

I provet är räknaren ett hjälpmedel, och dess roll bedöms separat för varje uppgift. Om symbolräknare använts i en uppgift ska det framgå av prestationen. I lösningar av uppgifter som kräver analys räcker det inte enbart med ett svar som erhållits med hjälp av räknaren utan övriga motiveringar. Däremot räcker ett svar som examinanden fått med räknaren i allmänhet i rutinberäkningar. Detsamma gäller rutinmässiga delar av mera omfattande uppgifter. Exempel på sådana är omskrivning av uttryck, ekvationslösning samt derivering och integrering av funktioner.

Del A

Poänganvisningarnas tolkning:

- Godkänd approximation: ± 1 signifikanta siffror duger, om inte annat anges.
- Rad inom parenteser: poäng fås även om följande ställe/rad är rätt, dvs. för att få poäng behöver inte detta explisit ingå i lösningen.
- "•" uppmärksammar, att detta poäng är oberoende från de övriga poängen.
- "$\Rightarrow$" betyder, att poäng fås endast om resonemanget (föregående ställe/rad) är i skick.
- Kom även ihåg de allmänna poänganvisningarna.

1.

(Korrekt insättning i rotformeln ELLER kontrollerat $x = 2$ eller $x = -\frac{5}{2}$ genom substitution)	1
Motiverat svar $x = 2$ eller $x = -\frac{5}{2}$ ($-\frac{10}{4}$ går även)	1
Idé till kvadrering ELLER riktiga närmevärden ELLER $3\sqrt{3} < 4\sqrt{2}$	1
$\Rightarrow \sqrt{\frac{3}{2}} < \frac{4}{3}$	1
Anvisningar vid approximeringar:	
(meningsfull ja korrekt approximation) $\sqrt{\frac{3}{2}} < 1{,}3$	-0
(tillräckligt exakt approximation) $\sqrt{2} \approx 1{,}4$, $\sqrt{3} \approx 1{,}7$	-0
(oexakt approximation) $(1{,}2)^2 = 1{,}44 \approx \frac{3}{2}$	max 1
rätt räknat $(2a+b)^2 = 4a^2 + 4ab + b^2$ ELLER substituerat $a = 2/b$ korrekt	1
$\Rightarrow$ från förenklingen av svaret 16 16	1
Parenteserna saknas efter kvadreringen, men beräkningen framskrider korrekt.	-0
Substituerat för a och b värden och räknat med dem	0

2.

Studerandebiljetten kostar 10 euro, pensionärsbiljetten 14 euro.	1
Totala biljettintäkter: $7 \cdot 10 + 5 \cdot 14 + 8 \cdot 20 = 70 + 70 + 160 = 300$	1
$\Rightarrow$ Medelpriset är $\frac{300}{20} = 15$ euro.	1
ELLER	
Studeranderabatt 10 euro, pensionärsrabatt 6 euro.	1
Rabatt totalt $7 \cdot 10 + 5 \cdot 6 = 100$	1
$\Rightarrow$ Medelrabatten är $\frac{100}{20} = 5$ euro och medelpriset 15 euro	1
räknefel	-1
räknefel, svaret under 10 eller över 20 euro	max 2
• Uppritad linje $2y + 3x - 6 = 0$ ELLER löst $y = 3 - \frac{3}{2}x$.	1
• Begränsat området till den 1. fjärdedelen (också t.ex. $[0, 2] \times [0, 3]$)	1
• Begränsat området ovanför den sneda linjen	1
motiveringar krävs ej	
markering av gränserna till området	-0
ritat olika villkor i olika koordinater	max 2

3.

Man får 1p per korrekt svar.	
D, A, B	
D, C, E	
OBS: i versionen för synskadade är den rätta raden DAB**A**CE	

4.	(Beräknat sannolikheten SL=$\frac{1}{5}$ rätt)	1
	(Beräknat sannolikheterna SL=$\frac{1}{4}$ och SL=$\frac{1}{3}$ rätt)	1
	Svar $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{60}$	1
	ELLER	
	alternativens antal $5! = 120$	1
	Korrekta alternativ 2	1
	TN $\frac{2}{120}$	1
	Endast svar	0
	Svaret $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{6}{60}$	0
	(Beräknat sannolikheten SL=$\frac{3}{5}$ rätt)	1
	(Beräknat sannolikheterna SL=$\frac{2}{4}$ och SL=$\frac{1}{3}$ rätt)	1
	Svar $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{6}{60}$	1
	ELLER	
	Medaljerna kan utdelas på 12 sätt som uppfyller kraven	2
	Antalet på alla alternativ är 120, dvs. svaret $\frac{12}{120}$	1
	Ett fel i de korrekta alternativen (kan påverka i många skeden, t.ex. 6 st.)	-1
	ELLER	
	Tre personer kan väljas från fem personer $\binom{5}{3}$ eller 5 nCr 3	1 sätt
	$= 10$	1
	En trippel duger, dvs. SL är det inversa talet från föregående ($\frac{1}{10}$)	1
	svaret har omvandlats fel till decimaltal	-0
	svaret $1/\binom{5}{3}$	2
	sannolikheten över 1	max 1

Del B1

5.	Med 120 euro får man $120 \cdot 9{,}3565 \approx 1122{,}78$ kronor.	1
	När dessa växlas tillbaka får hon $1122{,}78/9{,}8605 \approx 113,87$ euro.	1
	Förlusten är ca $120 - 113{,}85 = 6{,}15$ euro ELLER 6 euro ELLER 6,13 euro.	1
	Bra start: beräknat förhållanden (även om om fel ordning/riktning, t.ex. mellanresultatet 12 kronor)	1
	Avrundat/kapat till närmaste hela kronor (examinanden behöver inte beakta de tio cent som man därmed skulle få tillbaka vid första växlingen)	-0
	Svaret har över 2 decimaler	-1
	Även om kapat av till 100 eller 10 kronor är ok, om tagit i beaktning de returnerade pengarna	-0
	Procenterna ändrade till förändringsfaktorer: 1,1619, 0,9190, 0,9275 och 1,1189.	1
	Produkten $1{,}1619 \cdot 0{,}9190 \cdot 0{,}9275 \cdot 1{,}1189$	1
	$\approx 1{,}10813$, dvs. tillväxten är ca 10,8 procent.	1
	Bra start: $1{,}1619a$ eller $1{,}1619 \cdot 100$	1
	svaret taget genom värden i grafen	max 1
	minst 2 av förhållandena korrekt samt multiplikationen	1
	startvärdet från grafen	-0
	godtyckligt (annat än 1, 100 eller 7250 från grafen) startvärde	-1

6.	Ändarnas areor 30 och 11 ELLER en ritning med de givna längderna utmärkta	1
	Arean av båda bassängsidorna $25 \cdot \frac{3+1{,}1}{2} = 51{,}25$.	1
	Bottnens sidlängd $\sqrt{(1{,}9)^2 + 25^2} \approx 25{,}07$.	1
	Bottnens area ca 250,7 och bassängens totala area 394,22 (m^2).	1
	Arean av en platta är $0{,}3 \cdot 0{,}2 = 0{,}06$ (m^2).	1
	$\Rightarrow$ Det behövs ca 6571 plattor, dvs. 219 eller 220 lådor ($6571/30 \approx 219{,}033$).	1

7.	$b = 100$ (cm)	1
	$0 = k \cdot 450 + 100$	1
	$k = -\frac{100}{450} = -\frac{2}{9}$ (cm/h)	1
	ELLER	
	$b = 100$ (cm)	1
	$k = \frac{0-100}{450-0} = -\frac{2}{9}$	2
	ELLER	
	Korrekt ritad bild	1
	Rätt svar läst ur bilden	2
	$120 - 0{,}005t^2 =$ uttryck/ekvationspar man fått i a-delen (även felaktig)	1
	$t = \frac{\frac{2}{9} \pm \sqrt{\frac{4}{81} + 4 \cdot 0{,}005 \cdot 20}}{2 \cdot 0{,}005}$,	1
	ur vilket vi får 89,3 h (eller 89 h + 15–20 min, 89 h, 90 h)	1
	Med observationen att ljusen är lika långa (0 cm), när $t \geqslant 450$ kan man ersätta en poäng som missats i uppgiften.	
	fel i a-delen, uppgiftens natur ändras inte (svaret mellan 50-150), i b-delen	max 2

8.	**P.g.a. bristfällig frågeställning räknas som svar olika tillvägagångssätt för meningsfulla tolkningar.**	
	(Genom att normera variablerna (s.k. z-värden) gör vi variablerna jämförbara)	1
	p-värdena $\frac{t-1453}{37{,}2}$, $\frac{t-1467}{10{,}5}$	2+1
	Genom att jämföra "p-värden" $\frac{t-1453}{37{,}2} = \frac{t-1467}{10{,}5}$	1
	får man $1472{,}506 \approx 1473$.	1
	TAI	
	Genom att jämföra motsatta "p-värden" $\frac{t-1453}{37{,}2} = -\frac{t-1467}{10{,}5}$	1
	får man $1463{,}92 \approx 1464$.	1
	TAI	
	Genom att jämföra tätheter $\frac{1}{37{,}2}\exp(-\frac{1}{2}(\frac{t-1453}{37{,}2})^2) = \frac{1}{10{,}5}\exp(-\frac{1}{2}(\frac{t-1467}{10{,}5})^2)$	2
	får man $t = 1450{,}28$ eller $t = 1480{,}14$.	
	ELLER	
	två $\exp(-x^2)$ kurvor i samma koordinatsystem	1
	fördelningarnas symmetri axel/medelvärde rätt	2
	fördelningarnas bredd/spridning rätt	2
	värdet läst (från räknarens) graf	1
	ELLER	
	Konstaterat att uppgiften inte kan lösas med den tillgängliga informationen	3
	det behövs information om de nya och gamla hårtorkarnas antal (& SN)	3

9.	Tornets topp $(\frac{1280}{2}, 152)$,	1
	$\Rightarrow 152 = a640^2$ alltså $a \approx 0{,}000371$	1
	Riktningskoefficienten för kabelns tangent får vi från derivatan $2 \cdot 0{,}000371x$	1
	dvs. i punkten $x = 640$ är derivatan 0,475	1
	Vinkeln med x-axeln: $\tan\alpha = 0{,}475$,	1
	ur vilket $\alpha \approx 25{,}4°$ och den efterfrågade vinkeln är dess komplement, 64,6°.	1
	a-delen fel (uppgiftens natur ändras inte), i b-delen	max 3

Del B2

10.	• har klarat av bytena 1,015, 1,01	1
	• I slutet av år 2017 är det uppskattade helhetsvärdet av depositionerna $80778000000 \cdot 1{,}015 \cdot 1{,}01 = 82809566700$.	1
	• Den beräknade ränteprocenten för depositionerna är $0{,}32\ \% - 2 \cdot 0{,}05\ \% = 0{,}22\ \%$.	1
	$\Rightarrow$ Den ränta som betalas för depositionerna är ca $82809566700 \cdot 0{,}0022 \approx 182181000$.	1
	Skatt $182181000 \cdot 0{,}3 \approx 54654000$	1
	dvs. ca 55 miljoner euro	1
	Fel noggrannhet	-1
	0,0022 i stället för 0,0042 (vilket medför att svaret är ca 104 M euro)	-2
	0,0022 i stället för 0,22 eller 1,0022 (vilket medför att svaret är ca 5465 eller 24897 M euro)	max 3
	Ränta/källskatt beräknat på värdeökning	max 4
	Räntan beräknad på årets (aritmetiska) medeltal: Deposition: 82399,6 M euro, approximerad ränta $82399{,}6 \cdot 0{,}0022 = 181$ M euro, källskat $181 \cdot 0{,}3 = 54{,}4$, svar 54 miljoner euro	max 6
	Räntan beräknad på årets (geometriska) medeltal, talen enhetliga med tidigare	max 6

11.	Sinusfunktionen får värden mellan $[-1, 1]$.	1
	Årets medeltemperatur är $A = \frac{2+8}{2} = 5$ (°C).	1
	För temperaturens växling $2B = 8 - 2 = 6$, dvs. $B = 3$ (°C).	1
	Sinusfunktionens period är 2π och den efterfrågade perioden är 12, dvs. $c = \frac{2\phi}{12} = \frac{\pi}{6}$ $(\frac{1}{\text{mån.}})$.	1
	Vi borde få det minsta värdet då $t = 2$ (februari) och det största värdet då $t = 8$ (augusti).	1
	Sinusfunktionens minsta värde nås (bland annat) då argumentet är $-\frac{\pi}{2}$, ur vilket vi får ekvationen $\frac{\pi}{6}(2 + t_0) = -\frac{\pi}{2}$, dvs. $t_0 = -5$ (mån.).	1
	Också ett annat val $t_0 = -5 + 12n$ duger.	
	Också $B = -3$ duger, då är $t_0 = 1 + 12n$.	
	Vinklarna kan vara i grader.	
	grafisk lösning med bild	max 6

12.	I punkten $t = 16$ är grafen stigande $\Rightarrow f'(16) > 0$	1 1
	endast svar	0
	I minimistället är (polynom)funktionens derivata noll. Derivatan kan vara noll även annanstans, t.ex. i maximiställe	1 1
	• I punkten $t = 19{,}3$ verkar kurvan ha en nedåtriktad pik. • Kalles metod skapar även maximiställen ELLER inflektionspunkter ELLER derivatan ändrar i piken från positiv till negativ utan att vara noll i något skede.	1 1
13.	Exempel på fenomen, som troligtvis är rätt, t.ex. bakteriers förökning Motivering (relativ ändring med jämna mellanrum), t.ex. fördubblas varje 7 timmar, dvs. t.ex. ”mängden bakterier ökar exponentiellt i ett biologiskt experiment, antalet fördubblas med 35 minuters mellanrum”	1 2
	Exempel på fenomen, som troligtvis är rätt, t.ex. längdökningen för ett träd Motivering, t.ex. linjär ökning, periodisk, konstant, eller dylik, dvs. t.ex. ”längdökningen för ett träd är inte exponentiell, utan längden ökar ungefär lika mycket varje år, till exempel 20 cm, dvs. växten är ungefär linjär”	1 2
	klart dåligt exempel	0