MATEMATIIKAN KOE, LYHYT OPPIMÄÄRÄ 22.3.2017
HYVÄN VASTAUKSEN PIIRTEITÄ

Tutkintoaineen sensorikokous on hyväksynyt seuraavat hyvän vastauksen piirteet.

Hyvästä suorituksesta näkyy, miten vastaukseen on päädytty. Ratkaisussa on oltava tarvittavat laskut tai muut riittävät perustelut sekä lopputulos. Arvioinnissa kiinnitetään huomiota kokonaisuuteen, ja ratkaisu pyritään arvioimaan kolmiosaisesti: alku, välivaiheet ja lopputulos. Laskuvirheet, jotka eivät olennaisesti muuta tehtävän luonnetta, eivät alenna pistemäärää merkittävästi. Sen sijaan tehtävän luonnetta muuttavat lasku- ja mallinnusvirheet saattavat alentaa pistemäärää huomattavasti.

Laskin on kokeen apuväline, jonka rooli arvioidaan tehtäväkohtaisesti. Jos ratkaisussa on käytetty symbolista laskintaa, sen on käytävä ilmi suorituksesta. Analysointia vaativien tehtävien ratkaisemisessa pelkkä laskimella saatu vastaus ei riitä ilman muita perusteluja. Sen sijaan laskimesta saatu tulos yleensä riittää rutiinitehtävissä ja laajempien tehtävien rutiiniosissa. Tällaisia ovat esimerkiksi lausekkeiden muokkaaminen, yhtälöiden ratkaiseminen sekä funktioiden derivointi ja integrointi.

Pisteohjeen tulkintaohjeet:

- Hyväksytyt tarkkuudet: ±1 merkitsevä numero pisteytysohjeeseen nähden kelpaa, ellei ohjeissa erikseen muuta sanota.
- Sulkeissa oleva rivi: pisteen saa myös, jos seuraava kohta/rivi oikein.
- "•" korostaa, että tämä piste on riippumaton muista pisteistä.
- "⇒" tarkoittaa, että pisteen saa vain, jos perustelu (edellinen kohta/rivi) on kunnossa.
- Muista myös yleiset pisteitysohjeet.

A-osa

1.	(Oikea sijoitus ratkaisukaavaan TAI tarkastettu $x = 2$ tai $x = -\frac{5}{2}$ sijoittamalla)	1
	Perusteltu vastaus $x = 2$ tai $x = -\frac{5}{2}$ ($-\frac{10}{4}$ käy myös)	1
	Idea neliöimisestä TAI oikeat likiarvot TAI $3\sqrt{3} < 4\sqrt{2}$	1
	$\Rightarrow \sqrt{\frac{3}{2}} < \frac{4}{3}$	1
	Seuraavien arvioiden käytöstä erityisohjeet:	
	(mielekäs ja paikkansapitävä arvio) $\sqrt{\frac{3}{2}} < 1{,}3$	-0
	(riittävän tarkka arvio) $\sqrt{2} \approx 1{,}4$, $\sqrt{3} \approx 1{,}7$	-0
	(epätarkka arvio) $(1{,}2)^2 = 1{,}44 \approx \frac{3}{2}$	max 1
	laskettu oikein $(2a + b)^2 = 4a^2 + 4ab + b^2$ TAI sijoitettu $a = 2/b$ oikein	1
	$\Rightarrow$ sievennyksestä 16	1
	Sulkeet puuttuvat neliöinnin jälkeen, mutta lasku jatkuu oikein.	-0
	Sijoitettu luvuilla a ja b jotkin lukuarvot ja laskettu niillä	0
2.	Opiskelijalippu maksaa 10 euroa, eläkeläislippu 14 euroa	1
	Yhteensä lipputuloja: $7 \cdot 10 + 5 \cdot 14 + 8 \cdot 20 = 70 + 70 + 160 = 300$	1
	$\Rightarrow$ Keskihinta on $\frac{300}{20} = 15$ euroa.	1
	TAI	
	Opiskelija-alennus 10 euroa, eläkeläisalennus 6 euroa.	1
	Alennus yhteensä $7 \cdot 10 + 5 \cdot 6 = 100$	1
	$\Rightarrow$ Keskialennus on $\frac{100}{20} = 5$ euroa ja keskihinta 15 euroa.	1
	laskuvirhe	-1
	laskuvirhe, vastaus alle 10 tai yli 20 euroa	max 2
	• Piirretty suora $2y + 3x - 6 = 0$ TAI ratkaistu $y = 3 - \frac{3}{2}x$.	1
	• Rajattu alue 1. neljännekseen (myös esim. $[0, 2] \times [0, 3]$)	1
	• Rajattu alue vinon suoran yläpuolelle	1
	perusteluja ei vaadita	
	alueen reunojen merkintä	-0
	piirretty eri ehdot eri koordinaatistoihin	max 2
3.	Vastauksesta 1 piste per kohta.	
	D, A, B	
	D, C, E	
	HUOM: näkövammaisten versiossa oikea rivi on DAB**A**CE	

4.

(Laskettu todennäköisyys TN=$\frac{1}{5}$ oikein)	1
(Laskettu todennäköisyydet TN=$\frac{1}{4}$ ja TN=$\frac{1}{3}$ oikein)	1
Vastaus $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{60}$	1
TAI	
Vaihtoehtojen lukumäärä $5! = 120$	1
Oikeat vaihtoehdot 2	1
TN $\frac{2}{120}$	1
Pelkkä vastaus	0
Vastaus $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{6}{60}$	0
(Laskettu todennäköisyys TN=$\frac{3}{5}$ oikein)	1
(Laskettu todennäköisyys TN=$\frac{2}{4}$ ja TN=$\frac{1}{3}$ oikein)	1
Vastaus $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{6}{60}$	1
TAI	
Mitalit voidaan jakaa 12 ehdot toteuttavalla tavalla	2
Kaikkien vaihtoehtojen lukumäärä 120, joten vastaus $\frac{12}{120}$	1
Oikeissa vaihtoehdoissa yksi virhe (voi vaikuttaa useampaan kohtaan, esim. 6 kpl)	-1
TAI	
Kolme henkeä voidaan valita viidestä hengestä $\binom{5}{3}$ tai 5 nCr 3	1 tavalla
$= 10$	1
Yksi kolmikko kelpaa, joten TN on käänteisluku edellisestä $(\frac{1}{10})$	1
vastaus muutettu desimaaliluvuksi väärin	-0
vastaus $1/\binom{5}{3}$	2
todennäköisyys yli 1	max 1

B1-osa

5.

120 eurolla saa $120 \cdot 9{,}3565 \approx 1122{,}78$ kruunua.	1
Kun nämä vaihtaa takaisin, saa $1122{,}78/9{,}8605 \approx 113,87$ euroa.	1
Tappio on siis noin $120 - 113{,}85 = 6{,}15$ euroa TAI 6 euroa TAI 6,13 euroa.	1
Hyvä alku: laskettu suhteita käyttämällä (vaikka väärä järjestys/suunta, esim. välituloksena 12 kruunua)	1
Pyöristetty/katkaisu lähimpään kruunuun (ei tarvitse ottaa huomioon kymmentä senttiä, jonka tällöin ensimmäisessä vaihdossa saisi takaisin)	-0
Vastauksessa yli 2 desimaalia	-1
Myös katkaisu 100 tai 10 kruunuun on ok, jos huomioitu palautetut rahat	-0
Prosentit muutettu suhteiksi: 1,1619, 0,9190, 0,9275 ja 1,1189.	1
Tulo $1{,}1619 \cdot 0{,}9190 \cdot 0{,}9275 \cdot 1{,}1189$	1
$\approx 1{,}10813$, joten kasvua on noin 10,8 prosenttia.	1
Hyvä alku: $1{,}1619a$ tai $1{,}1619 \cdot 100$	1
vastaus kuvaajasta otetuista arvoista	max 1
vähintään 2 suhteista oikein ja kertolasku	1
alkuarvo kuvaajasta	-0
satunnainen (muu kuin 1, 100 tai 7250 kuvaajasta) alkuarvo	-1

6.	Päätyjen pinta-alat 30 ja 11 TAI piirros annetut pituudet merkittynä.	1
	Kummankin laitasivun pinta-ala on $25 \cdot \frac{3+1,1}{2} = 51,25$.	1
	Pohjan sivun pituus on $\sqrt{(1,9)^2 + 25^2} \approx 25,07$.	1
	Pohjan pinta-ala on noin 250,7 ja uima-altaan yhteispinta-ala on 394,22 (m^2).	1
	Laatan pinta-ala on $0,3 \cdot 0,2 = 0,06$ (m^2).	1
	$\Rightarrow$ Laattoja tarvitaan noin 6571 kappaletta, eli laatikoita 219 tai 220 kappaletta ($6571/30 \approx 219,033$).	1
7.	$b = 100$ (cm)	1
	$0 = k \cdot 450 + 100$	1
	$k = -\frac{100}{450} = -\frac{2}{9}$ (cm/h)	1
	TAI	
	$b = 100$ (cm)	1
	$k = \frac{0-100}{450-0} = -\frac{2}{9}$	2
	TAI	
	Oikein piirretty kuva	1
	Luettu oikea vastaus kuvaajasta	2
	$120 - 0,005t^2 =$ a-kohdassa saatu lauseke/yhtälöpari (myös virheellinen)	1
	$t = \frac{\frac{2}{9} \pm \sqrt{\frac{4}{81} + 4 \cdot 0,005 \cdot 20}}{2 \cdot 0,005}$,	1
	josta ratkaisuksi kelpaa 89,3 (tai 89 h + 15–20 min, 89 h, 90 h)	1
	Huomiolla kynttilät ovat yhtä pitkät (0 cm), kun $t \geqslant 450$ voi korvata yhden tehtävässä menetetyn pisteen.	
	a-kohdassa virhe, tehtävän luonne ei muutu (vastaus välillä 50-150), b-kohdasta	max 2
8.	**Tehtävänannon puutteellisuudesta johtuen vastaukseksi hyväksytään erilaisia mielekkäitä tulkintoja vastaavia lähestymistapoja.**	
	(Normalisoimalla muuttujat (ns. z-arvot) saadaan muuttujat vertailukelpoisiksi)	1
	p-arvot $\frac{t-1453}{37,2}$, $\frac{t-1467}{10,5}$	2+1
	Vertaamalla "p-arvoja" $\frac{t-1453}{37,2} = \frac{t-1467}{10,5}$	1
	saadaan $1472,506 \approx 1473$.	1
	TAI	
	Vertaamalla vastakkaisia "p-arvoja" $\frac{t-1453}{37,2} = -\frac{t-1467}{10,5}$	1
	saadaan $1463,92 \approx 1464$.	1
	TAI	
	Vertaamalla tn-tiheyksiä $\frac{1}{37,2}\exp(-\frac{1}{2}(\frac{t-1453}{37,2})^2) = \frac{1}{10,5}\exp(-\frac{1}{2}(\frac{t-1467}{10,5})^2)$ saadaan $t = 1450,28$ tai $t = 1480,14$.	2
	TAI	
	kaksi $\exp(-x^2)$ käyrää samassa koordinaatistossa	1
	jakaumien symmetria akseli/keskiarvo oikein	2
	jakaumien leveys/hajonta oikein	2
	arvo luettu (laskimen) kuvaajasta	1
	TAI	
	Todettu, että tehtävää ei voi ratkaista annetuilla tiedoilla	3
	tarvitaan tieto uusien ja vanhojen hiustenkuivaajien lukumäärästä (& TN:stä)	3

9.	Tornin huippu $(\frac{1280}{2}, 152)$,	1
	$\Rightarrow 152 = a640^2$ eli $a \approx 0{,}000371$	1
	Kaapelin tangentin kulmakerroin saadaan derivaatasta $2 \cdot 0{,}000371x$	1
	eli pisteessä $x = 640$ derivaatan arvo on 0,475	1
	Kulma x-akselin kanssa: $\tan\alpha = 0{,}475$,	1
	josta $\alpha \approx 25{,}4°$ ja kysytty kulma on sen komplementti, 64,6°.	1
	a-kohta väärin (tehtävän luonne ei muutu), b-kohdasta	max 3

B2-osa

10.	• osattu tehdä muunnokset 1,015, 1,01	1
	• Vuoden 2017 lopussa talletusten arvioitu kokonaismäärä on $80778000000 \cdot 1{,}015 \cdot 1{,}01 = 82809566700$.	1
	• Arvioitu talletusten korko on $0{,}32\ \% - 2 \cdot 0{,}05\ \% = 0{,}22\ \%$.	1
	$\Rightarrow$ Talletuksille maksettu korko on noin $82809566700 \cdot 0{,}0022 \approx 182181000$.	1
	Vero $182181000 \cdot 0{,}3 \approx 54654000$	1
	eli noin 55 miljoonaa euroa	1
	Väärä tarkkuus	-1
	0,0022 sijaan 0,0042 (jolloin vastaus noin 104 M euroa)	-2
	0,0022 sijaan 0,22 tai 1,0022 (jolloin vastaus noin 5465 tai 24897 M euroa)	max 3
	Laskettu arvonnoususta korkoa/lähdeveroa	max 4
	Korko laskettu vuoden (aritmeettiselle) keskiarvolle: Talletukset: 82399,6 Me, arviokorko $82399{,}6 \cdot 0{,}0022 = 181$ Me, lähdevero $181 \cdot 0{,}3 = 54{,}4$, vastaus 54 miljoonaa euroa	max 6
	Korko laskettu vuoden (geometriselle) keskiarvolle, luvut olennaisesti samat kuin edellisessä	max 6
11.	Sinifunktio saa arvot välillä $[-1, 1]$.	1
	Vuoden keskilämpötila on $A = \frac{2+8}{2} = 5$ (°C).	1
	Lämpötilan vaihtelusta $2B = 8 - 2 = 6$, joten $B = 3$ (°C).	1
	Sinifunktion periodi on 2π ja haluttu periodi on 12, joten $c = \frac{2\phi}{12} = \frac{\pi}{6}$ $(\frac{1}{\text{kk}})$.	1
	Pienin arvo pitäisi saada, kun $t = 2$ (helmikuu) ja suurin, kun $t = 8$ (elokuu).	1
	Sinifunktion pienin arvo saavutetaan (mm.), kun argumentti on $-\frac{\pi}{2}$, josta yhtälö $\frac{\pi}{6}(2 + t_0) = -\frac{\pi}{2}$, joten $t_0 = -5$ (kk).	1
	Myös muu valinta $t_0 = -5 + 12n$ kelpaa.	
	Myös $B = -3$ kelpaa, tällöin $t_0 = 1 + 12n$.	
	Kulmat voivat olla asteina.	
	graafinen ratkaisu kuvalla	max 6
12.	Kohdassa $t = 16$ kuvaaja on kasvava	1
	$\Rightarrow f'(16) > 0$	1
	pelkkä vastaus	0
	Minimikohdassa (polynomi)funktion derivaatta on nolla.	1
	Derivaatta voi olla myös muualla nolla, esim. maksimikohdassa	1
	• Kohdassa $t = 19{,}3$ käyrällä näyttää olevan alaspäin suuntautunut piikki.	1
	• Kallen menetelmä tuottaa myös maksimikohtia TAI käännepisteseitä TAI derivaatta muuttuu piikissä negatiivisesta positiiviseksi käymättä välissä nollassa.	1

13.	Esimerkki ilmiöstä, joka on todennäköisesti oikein, esim. bakteerien lisääntyminen Perustelu (suhteellinen muutos tasaisin väliajoin), esim. tuplaantuu 7 tunnin välein, eli esim. ”bakteerit lisääntyvät biologian kokeessa eksponentiaalisesti, määrä tuplaantuu 35 minuutin välein”	1 2
	Esimerkki ilmiöstä, joka on todennäköisesti oikein, esim. puun pituuskasvu Perustelu, esim. lineaarinen kasvu, jaksollinen, vakio, tms, eli esim. ”puun pituuskasvu ei ole eksponentiaalista, vaan joka vuosi se kasvaa suunnilleen saman verran, esim 20cm, eli kasvu on suurin piirtein lineaarista”	1 2
	ilmeisen epäpätevä esimerkki	0