MATEMATIKPROV, KORT LÄROKURS 25.9.2017
BESKRIVNING AV GODA SVAR

De beskrivningar av svarens innehåll och poängsättningar som ges här är inte bindande för studentexamensnämndens bedömning. Censorerna beslutar om de kriterier som används i den slutgiltiga bedömningen.

Av en god prestation framgår det hur examinanden har kommit fram till svaret. I lösningen måste det ingå nödvändiga uträkningar eller andra tillräckliga motiveringar och ett slutresultat. I bedömningen fästs uppmärksamhet vid helheten och vid de tre stegen start, mellansteg och slutresultat. Räknefel som inte väsentligt ändrar uppgiftens natur ger ingen betydande sänkning av antalet poäng. Räknefel och fel i den matematiska modellen som ändrar uppgiftens natur kan däremot sänka antalet poäng avsevärt.

I provet är räknaren ett hjälpmedel, och dess roll bedöms separat för varje uppgift. Om symbolräknare använts i en uppgift ska det framgå av prestationen. I lösningar av uppgifter som kräver analys räcker det inte enbart med ett svar som erhållits med hjälp av räknaren utan övriga motiveringar. Däremot räcker ett svar som examinanden fått med räknaren i allmänhet i rutinberäkningar. Detsamma gäller rutinmässiga delar av mera omfattande uppgifter. Exempel på sådana är omskrivning av uttryck, ekvationslösning samt derivering och integrering av funktioner.

Del A

1.

Förlängning ELLER korsvis multiplikation $\Rightarrow \frac{3}{5} < \frac{2}{3}$	1 1
Examinanden har lyckats med att ta fram en ekvation av en variabel, t.ex. genom substitutions- eller additionsmetoden. $\Rightarrow y = \frac{11}{5}$ och $x = \frac{16}{5}$	1 1
$(8 = 2^3)$ $3x + 1 = 3$, dvs. $x = \frac{2}{3}$	1 1

2.

Arean av den böjda delen är hälften av arean av motsvarande cylinder (som fås med formeln $2\pi rh$). Med närmevärdet $\pi \approx 3$ får vi formeln $3rh$. $\Rightarrow$Arean är $3 \cdot 5 \cdot 40 = 600$ (m^2).	1 1 1
$630 - 600 = 30$ $\Rightarrow$Det noggrannare resultatet är $\frac{30}{600}$ större $\Rightarrow \frac{30}{600}100 = 5$ procent större.	1 1 1

3.

A, F, C, E, D, B, G	3
A, B, E, F, D, G	3

Delpoängen ges utifrån antalet på varandra följande korrekta steg (exempelvis A–F och F–C i a-delen). Den första poängen får man med två korrekta par och den andra med fyra korrekta par.	

4.

Uppgiften har en felaktig bild med texten $y = f'(x)$ som borde vara $y = f(x)$. I båda fallen kan man få fulla poäng.	
Svar: 1,2; 3,3 och 4,9	2
Den första poängen om åtminstone ett är korrekt.	
Svar: intervallet $2{,}1 \leqslant x \leqslant 4{,}2$ och $8{,}3 \leqslant x \leqslant 10$	1 1
Svar: minsta värde 1,2 och största värde 4,2	1 1

Som värden duger de ovan nämnda $\pm 0{,}1$.	

Del B1

5.

En tabell med procenterna 10, 15, 13 och 17	2
Den första poängen om åtminstone två procenttal är korrekta.	
Christers rabattprocent är 6,25 och Marleys 7,5. Marleys rabattprocent är alltså 1,25 procentenheter större.	1 1
Svaret givet i procent i stället för i procentenheter	-1
Värdet av de sammanlagda inköpen är 280 euro, och på det beloppet får man 40 euro rabatt. Rabattprocenten är alltså $\frac{40}{280} \cdot 100 \approx 14{,}3$.	1 1

6.	Vi betecknar priset på biljetten med variabeln x (euro).	
	Vi får antalet åskådare med formeln $3000 + 100(15 - x)$.	1
	Biljettintäkterna är då $(4500 - 100x)x$.	1
	För att hitta maximum beräknar vi derivatafunktionen $4500 - 200x$	1
	och söker efter nollstället $4500 - 200x = 0$.	1
	$\Rightarrow$Vi får de största biljettintäkterna då priset på biljetten är 22,50 euro.	1
	och intäkterna är $(3000 + 100(15 - 22{,}5)) \cdot 22{,}5 = 50625{,}00$ euro.	1
	Optimeringen (maximeringen) kan också utföras med räknare.	
	Optimering med hjälp av en tabell	max 5

7.	Eftersom de två arrangörerna med säkerhet kan komma på träffen måste vi reda ut om de övriga 20 personerna kan delta.	1
	(Händelserna är oberoende av varandra) så vi beräknar produkten av sannolikheterna	1
	$(0{,}85)^{20} \approx 0{,}0387595$ dvs. med cirka 3,9 procents sannolikhet.	1
	Sannolikheten för att en viss student inte kan komma på träffen och de övriga 19 $(+2)$ kan delta är $0{,}15 \cdot (0{,}85)^{19}$.	1
	Detsamma gäller för de övriga 19 studenterna. (Eftersom dessa händelser är komplementära), beräknar vi summan av de 20 sannolikheterna	1
	$20 \cdot 0{,}15 \cdot (0{,}85)^{19} \approx 0{,}136798$, dvs. med cirka 14 procents sannolikhet.	1

8.	Västgränsen svarar mot en 4 graders bågvinkel.	1
	Jordklotets omkrets är cirka $2\pi \cdot 6371 \approx 40030$ (km).	1
	$\Rightarrow$Den efterfrågade längden är $40030 \cdot \frac{4}{360} \approx 445$ (km).	1
	Svar: sydgränsen är längre än nordgränsen.	1
	Motivering: Både syd- och nordgränsen svarar mot en 7 graders bågvinkel.	1
	Den båge som svarar mot en konstant bågvinkel minskar då man förflyttar sig från ekvatorn mot polen, dvs. på den norra hemisfären från söder mot norr.	1
	Bågvinklarna 4 och 7 har blandats ihop	max 5
	Fel i beräkning av omkretsen	max 5

9.	Vi betecknar det belopp i euro som ska delas ut det första året med variabeln x.	
	Det andra året ska alltså $1{,}1x$ delas ut.	1
	Den totala summan på sju år är därmed $(1+1{,}1+(1{,}1)^2+\ldots(1{,}1)^6)x = 9{,}487171x$.	1
	Ur ekvationen $9{,}487171x = 800000$ får vi därmed svaret 84324,40 eller cirka 84300 euro.	1
	Vi betecknar tillväxtfaktorn med variabeln q och får då ekvationen $70000(1 + q + q^2 + \ldots q^6) = 800000$	1
	och med formeln för en geometrisk summa $\frac{q^7-1}{q-1} = \frac{80}{7}$.	1
	Genom att tabellera värden för q ser vi att tillväxtfaktorn ska vara cirka 16 (16,042).	1
	Ekvationen kan också lösas numeriskt med räknare.	
	Man kan använda formeln för en geometrisk summa i uppgiften, men det är inte nödvändigt. Observera att den polynomekvation av sjätte eller sjunde graden man får inte kan lösas analytiskt.	

Del B2

10.

Efter en filtrering är mängden bakterier som återstår 0,04 gånger den ursprungliga mängden. Efter två filtreringar återstår alltså $(0{,}04)^2 \approx 0,0016$ dvs. cirka 99,8 % fås bort.	 1 1
Vi bildar ekvationen $(0{,}04)^k = 0{,}000005$ vars lösning med logaritm eller med räknare är $k \approx 3{,}79$, $\Rightarrow$man måste filtrera vattnet fyra gånger.	1 1
Vi bildar ekvationen $(1-q)^2 = 0{,}000005$ $\Rightarrow q \approx 0{,}9977639$ dvs. på en filtrering måste cirka 99,78 % av bakterierna filtreras bort.	1 1

11.

Händelsen B är en komplementhändelse till händelsen A om händelserna utgör olika delmängder av utfallsrummet och om dessa tillsammans utgör alla möjliga utfall. Eftersom en händelse eller dess komplementhändelse med säkerhet inträffar är summan av deras sannolikheter 1, dvs. vi kan beräkna komplementhändelsens sannolikhet med formeln $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$.	 1 1
Vi betecknar händelsen A: Linda är banktjänsteman och B: Linda är aktiv i feministrörelsen Enligt försökspersonernas svar gäller $P(A \text{ och } B) > P(A)$ men det här är omöjligt därför att $P(A \text{ och } B) \leqslant P(A)$, eftersom när händelsen "A och B" inträffar så inträffar också händelsen A.	1 1 1 1

12.

Vi får fartygets hela förflyttning genom att beräkna vektorernas summa $\overline{a} + \overline{b} + \overline{c} = -1{,}5\overline{i} - 7{,}6\overline{j}$. Det efterfrågade avståndet d är då längden av summavektorn ovan som vi får med hjälp av Pythagoras sats $d = \sqrt{(-1{,}5)^2 + (7{,}6)^2}$ $\approx 7{,}7466$ dvs. 7700 (m).	1 2 1 1 1
Den ena av komponenterna i vektorn $-1{,}5\overline{i} - 7{,}6\overline{j}$ är fel.	-1

13.

Ekvationerna kan exempelvis vara $y = x$, $y = 2x$ och $y = 3x$, då den enda lösningen är $(0,0)$.	 2
Ekvationerna kan exempelvis vara $y = x$, $y = 2x$ och $y = x + 1$ eftersom lösningen till de två första är $(0,0)$, men den här lösningen uppfyller inte den tredje ekvationen.	 2
Grafiskt motsvarar deluppgift a en situation där tre räta linjer har en gemensam skärningspunkt och deluppgift b en situation där skärningspunkterna är olika ELLER en situation där två linjer är parallella och därmed inte har någon skärningspunkt.	 1 1
I deluppgift c räcker det med att beskriva situationen i det egna exemplet i deluppgift b.	