



## MATEMATIKPROV, KORT LÄROKURS 23.3.2016 BESKRIVNING AV GODA SVAR

De beskrivningar av svarens innehåll och poängsättningar som ges här är inte bindande för studentexamensnämndens bedömning. Censorerna beslutar om de kriterier som används i den slutgiltiga bedömningen.

Av en god prestation framgår det hur examinanden har kommit fram till svaret. I lösningen måste det ingå nödvändiga uträkningar eller andra tillräckliga motiveringar och ett slutresultat. I bedömningen fästs uppmärksamhet vid helheten och vid de tre stegen start, mellansteg och slutresultat. Räknefel som inte väsentligt ändrar uppgiftens natur ger ingen betydande sänkning av antalet poäng. Räknefel och fel i den matematiska modellen som ändrar uppgiftens natur kan däremot sänka antalet poäng avsevärt.

I provet är räknaren ett hjälpmedel, och dess roll bedöms separat för varje uppgift. Om symbolräknare använts i en uppgift ska det framgå av prestationen. I lösningar av uppgifter som kräver analys räcker det inte enbart med ett svar som erhållits med hjälp av räknaren utan övriga motiveringar. Däremot räcker ett svar som examinanden fått med räknaren i allmänhet i rutinberäkningar. Detsamma gäller rutinmässiga delar av mera omfattande uppgifter. Exempel på sådana är omskrivning av uttryck, ekvationslösning samt derivering och integrering av funktioner.

### Del A

<b>1.</b>	Derivatans av $x$ är 1	1
	Derivatans av $x^2$ är $2x$	1
	$f'(x) = 4x + 1$	1
	$2x^2 + x = 5x - 2$	1
	$2x^2 - 4x + 2 = 0$	1
	dvs. $x = 1$	1
<b>2.</b>	Idé till att kvadrera ledvis	1
	$7 < 3^2 = 9$	1
	$-x^2 + 9 > 2x^2$	1
	$3x^2 < 9$ dvs. $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$	1
	John har använt regeln $(10a + b)(10c + d)$	1
	$= 10c \cdot 10a + 10cb + 10ad + bd$ , som är giltig	1

### 3. (1 poäng/fall)

	Verbal form	1	2	3
A	Värdet av uttrycket $1,1^3$ är	1,13	3,3	1,331
B	Volymen $0,5 \text{ m}^3$ är lika med	50 l	500 l	5 000 l
C	Av talen $\frac{2}{3}, \frac{6}{7}$ och $\frac{16}{21}$ är det största	$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{16}{21}$
D	Det motsatta talet till $-a + b$ är	$b - a$	$a - b$	$-a - b$
E	Summan av rötterna till ekvationen $x^2 - 3x + 1 = 0$ är	3	4	5
F	Priset på en produkt stiger först med 10 % och sjunker sedan med 10 %, så det slutgiltiga priset är ... av det ursprungliga priset.	99 %	100 %	101 %

Del	A	B	C	D	E	F
Alternativ nummer	3	2	2	2	1	1

### 4. Följande fakta framgår av figuren

$f'(1) = 0$	1
$f'$ är avtagande	1
$f'$ är symmetrisk med avseende på punkten 1 (exempelvis uppritat $y = 2 - 2x$ )	1
$g$ växer i intervallet $[0, \frac{3}{2}]$	1
$g$ avtar i intervallet $[\frac{3}{2}, 2]$	1
$g$ är konkav (exempelvis uppritat $y = \frac{1}{2}x(3 - x)$ )	1

## Del B1

5.	I juni 2006 var indexet 101,7 och i juni 2010 var det 109,7, och vi beräknar därmed $\frac{109,7}{101,7}$ $= 1,079$ , dvs. höjningen var 7,9 %.	1 1 1
	Hyran har senast höjts i januari 2014 för att svara mot indexet i december 2013; det räcker därmed att jämföra indexen för september 2011 och för december 2013 $\frac{119,1}{114,2} \approx 1,0429$ .	1 1
	Hyran var ungefär $542/1,0429 \approx 520$ euro i månaden.	1
6.	Vi beräknar plankbitarnas area.	1
	Vi multiplicerar arean med tjockleken så att vi får volymen, och vidare med densiteten så att vi får vikten.	1
	Ovanstående steg korrekt utförda, svaret 1,76 kg. (3 200 cm <sup>3</sup> rätt, 2 p.)	1
	Utkast över hur bitarna passar ihop	1
	av inre bredd, höjd och djup minst 2 korrekta (dvs. 10, 10 och 24 cm).	1
	Produkten av längderna, som är 2 400 cm <sup>3</sup> .	1
7.	Den första siffran kan väljas på fem olika sätt, följande kan väljas på fyra sätt, sedan på tre sätt och slutligen på två sätt, antalet möjligheter är alltså $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$ .	1 1 1
	Antalet koder utan siffran 9 är $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ .	1
	En lista med 24 koder.	1
	Av dessa duger endast 3715 och 5173.	1
	(En slutledning om att första/sista siffran inte kan vara 1/7, 1+1 p.)	
8.	Det är fråga om en modell för exponentiell tillväxt	1
	$40 \cdot 2^{t/8}$	1
	vilket betyder att CRP på sex timmar högst kan stiga till värdet $40 \cdot 2^{6/8} \approx 67,3$	1
	Avtagandet följer den exponentiella modellen $100 \cdot (\frac{1}{2})^{t/19}$	1
	så vi löser ekvationen $100 \cdot (\frac{1}{2})^{t/19} = 10$ av vilket vi får $t = 19 \frac{\log 10}{\log 2} \approx 63$ .	1
	$63 = 2 \cdot 24 + 15$ , alltså kan halten erhållas på torsdag kl. 03:00.	1
9.	Ekvationerna för linjerna $L_1$ och $L_2$ .	1
	Skärningspunkten mellan linjerna $L_1$ och $L_2$ .	1
	Skärningspunkten mellan linjerna $L_1$ och $L_3$ .	1
	Skärningspunkten mellan linjerna $L_2$ och $L_3$ , eller grafisk observation att den inte behövs.	1
	Försökt att beräkna värden i ovanstående punkter och i punkterna (0, 0), (2, 0) och (0, 3).	1
	Av korrekta värden har valts funktionens största och minsta värde 14 och -2.	1
	ELLER	
	Examinanden gjort slutledningen att funktionen får sitt största värde då $x$ -värdet är möjligast stort (dvs. 2) och $y$ -värdet möjligast litet (0),	2
	dvs. $f(2, 0) = 14$ ,	1
	och funktionens minsta värde nås då $x$ -värdet är möjligast litet (0) och $y$ -värdet möjligast stort (3),	2
	dvs. $f(0, 3) = -2$ .	1

## Del B2

<b>10.</b>	Arvet tillhör kategorin 40 000–60 000,	1
	dvs. skattens storlek är $1\,700 + 0,11 \cdot (58\,000 - 40\,000) = 3\,680$ (euro).	1
	Skatteprocenten är $3\,680/58\,000 \approx 6,3\%$	1
	Funktionsgrafan är stigande.	1
	Brytpunkterna $(20\,000, 0, 5)$ , $(40\,000, 4, 25)$ och $(60\,000, 6, 5)$ korrekta.	1
	Grafen är konkav i intervallen 20 000–40 000 och 40 000–60 000, och derivatan har diskontinuitetspunkt vid 40 000.	1
	Från grafen framgår antal euro i stället för procent.	max 1p.
<hr/>		
<b>11.</b>	$\cos$ får alla värden mellan $-1$ och $1$ ,	1
	dvs. största värdet för $\cos(x) + 1$ är $1 + 1 = 2$	1
	och minsta värdet är $-1 + 1 = 0$ .	1
	$\sin$ får alla värden i intervallet $[-1, 1]$ ,	1
	dvs. $A \sin(x)$ får alla värden i intervallet $[-A, A]$ ,	1
	vilket ger att $A \sin(x) + B$ får alla värden i intervallet $[-A + B, A + B]$ .	1
	endast största och minsta värde i deluppgift b	-1 p.
<hr/>		
<b>12.</b>	Minst två fall korrekta.	1
	Alla fall korrekta.	1
	Punkterna i tabellen korrekt utplacerade.	1
	Punkterna förenade på en rät linje.	1
	Linjens riktningskoefficient är 2, som motsvarar variabeln $t$ :s exponent.	1
	Linjen skär $y$ -axeln i punkten 1, som motsvarar koefficientens logaritm $\lg 10$ .	1
<hr/>		
<b>13.</b>	Väntetiden korrekt i åtminstone något från noll avvikande fall (t.ex. våning K, 15 sekunder).	1
	Väntetiden är korrekt beräknad med rätt princip i större delen av fallen (åtminstone 15 våningar).	1
	Alla väntetider är korrekta (se nedan).	1
	De våningar i vilka väntetiden är längre än 22 sekunder är 7 till antalet, och sannolikheten för varje beställning av hissen är 0,025.	1
	Därmed är den totala sannolikheten för att vänta längre än 22 sekunder $7 \cdot 0,025 = 0,175$ .	1
	I våningarna 1, 8 och 16 är väntetiden 0 s.	
	I våningarna K, 2, 7, 9, 15, 17 är väntetiden 15 s.	
	I våningarna 3, 6, 10, 14, 18 är väntetiden 20 s.	
	I våningarna 4, 5, 11, 13, 19 är väntetiden 25 s.	
	I våningarna 12 och 20 är väntetiden 30 s.	
	De våningar i vilka väntetiden är längre än 22 sekunder är alltså 7 till antalet.	