



## MATEMATIIKAN KOE, LYHYT OPPIMÄÄRÄ 23.3.2016 HYVÄN VASTAUKSEN PIIRTEITÄ

Alla oleva vastausten piirteiden, sisältöjen ja pisteitysten luonnehdinta ei sido ylioppilastutkintolautakunnan arvostelua. Lopullisessa arvostelussa käytettävistä kriteereistä päättää tutkintoaineen sensorikunta.

Hyvästä suorituksesta näkyy, miten vastaukseen on päädytty. Ratkaisussa on oltava tarvittavat laskut tai muut riittävät perustelut sekä lopputulos. Arvioinnissa kiinnitetään huomiota kokonaisuuteen, ja ratkaisu pyritään arvioimaan kolmiosaisesti: alku, välivaiheet ja lopputulos. Laskuvirheet, jotka eivät olennaisesti muuta tehtävän luonnetta, eivät alenna pistemäärää merkittävästi. Sen sijaan tehtävän luonnetta muuttavat lasku- ja mallinnusvirheet saattavat alentaa pistemäärää huomattavasti.

Laskin on kokeen apuväline, jonka rooli arvioidaan tehtäväkohtaisesti. Jos ratkaisussa on käytetty symbolista laskinta, sen on käytävä ilmi suorituksesta. Analysointia vaativien tehtävien ratkaisemisessa pelkkä laskimella saatu vastaus ei riitä ilman muita perusteluja. Sen sijaan laskimesta saatu tulos yleensä riittää rutiinitehtävissä ja laajempien tehtävien rutiiniosissa. Tällaisia ovat esimerkiksi lausekkeiden muokkaaminen, yhtälöiden ratkaiseminen sekä funktioiden derivointi ja integrointi.

## A-osa

1.	$x$ :n derivaatta on 1	1
	$x^2$ :n derivaatta on $2x$	1
	$f'(x) = 4x + 1$	1
	$2x^2 + x = 5x - 2$	1
	$2x^2 - 4x + 2 = 0$	1
	joten $x = 1$	1
<hr/>		
2.	Idea toiseen potenssiin korottamisesta	1
	$7 < 3^2 = 9$	1
	$-x^2 + 9 > 2x^2$	1
	$3x^2 < 9$ joten $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$	1
	Jussi on käyttänyt sääntöä $(10a + b)(10c + d)$	1
	$= 10c \cdot 10a + 10cb + 10ad + bd$ , joka on pätevä	1

### 3. (1 piste/kohta)

	Sanallinen muoto	1	2	3
A	Lausekkeen $1,1^3$ arvo on	1,13	3,3	1,331
B	Tilavuus $0,5 \text{ m}^3$ on sama kuin	50 l	500 l	5 000 l
C	Luvuista $\frac{2}{3}, \frac{6}{7}$ ja $\frac{16}{21}$ suurin on	$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{16}{21}$
D	Luvun $-a + b$ vastaluku on	$b - a$	$a - b$	$-a - b$
E	Yhtälön $x^2 - 3x + 1 = 0$ juurten summa on	3	4	5
F	Tuotteen hinta nousee ensin 10 % ja laskee sitten 10 %, joten lopullinen hinta on ... alkuperäisestä hinnasta.	99 %	100 %	101 %

Kohta	A	B	C	D	E	F
Vaihtoehdon numero	3	2	2	2	1	1

### 4. Seuraavat seikat ilmenevät kuviosta

$f'(1) = 0$	1
$f'$ on vähenevä	1
$f'$ on symmetrinen pisteen 1 suhteen (esimerkiksi piiretty $y = 2 - 2x$ )	1
$g$ kasvaa välillä $[0, \frac{3}{2}]$	1
$g$ vähenee välillä $[\frac{3}{2}, 2]$	1
$g$ on alaspäin kaartuva (eli konkaavi) (esimerkiksi piiretty $y = \frac{1}{2}x(3 - x)$ )	1

## B1-osa

- 
- 
5. Kesäkuussa 2006 indeksi oli 101,7 ja kesäkuussa 2010 se oli 109,7, 1  
joten lasketaan  $\frac{109,7}{101,7}$  1  
 $\approx 1,079$ , eli nousua oli 7,9 %. 1
- 
- Vuokraa on korotettu viimeksi tammikuussa 2014 vastaamaan joulukuun 2013 1  
indeksiä; siten riittää, että verrataan indeksejä syyskuussa 2011 ja joulukuussa 1  
2013,  
 $\frac{119,1}{114,2} \approx 1,0429$ . 1  
Vuokra oli noin  $542/1,0429 \approx 520$  euroa kuukaudessa. 1
- 
- 
6. Lasketaan palojen pinta-ala. 1  
Kerrotaan pinta-ala paksuudella, jolloin saadaan tilavuus, sekä tiheydellä, jol- 1  
loin saadaan paino.  
Em. askeleet oikein suoritettu, vastaus 1,76 kg. 1  
(3 200 cm<sup>3</sup> oikein, 2 p.)
- 
- Hahmotelma, miten palat sopivat yhteen: 1  
sisäleveydestä, -korkeudesta ja -syvyydestä vähintään 2 oikein (p.o. 10, 10 ja 1  
24 cm). 1  
Ulottuvuuksien tulo, joka on 2 400 cm<sup>3</sup>. 1
- 
- 
7. Ensimmäinen numero voidaan valita viidellä eri tavalla, 1  
seuraava voidaan valita neljällä tavalla, sitten kolmella ja lopuksi kahdella ta- 1  
valla, mahdollisuuksia on siis  $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$ . 1  
Koodeja ilman numeroa 9 on  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$  kappaletta. 1  
Lista 24 koodista. 1  
Näistä vain 3715 ja 5173 kelpaavat. 1  
(Päätelty, että ensimmäinen/viimeinen numero ei voi olla 1/7, 1+1 p.)
- 
- 
8. Kyseessä on eksponentiaalinen kasvun malli 1  
 $40 \cdot 2^{t/8}$  1  
joten CRP voi kuudessa tunnissa nousta enintään arvoon  $40 \cdot 2^{6/8} \approx 67,3$ . 1  
Vähentäminen noudattaa eksponentiaalista mallia  $100 \cdot (\frac{1}{2})^{t/19}$  1  
joten ratkaistaan yhtälö  $100 \cdot (\frac{1}{2})^{t/19} = 10$  josta  $t = 19 \frac{\log 10}{\log 2} \approx 63$ . 1  
 $63 = 2 \cdot 24 + 15$ , joten pitoisuus voidaan saavuttaa torstaina klo 03:00. 1
- 
-

9.	Selvitetty suorien $L_1$ ja $L_2$ yhtälöt.	1
	Selvitetty suorien $L_1$ ja $L_2$ leikkauspiste.	1
	Selvitetty suorien $L_1$ ja $L_3$ leikkauspiste.	1
	Selvitetty suorien $L_2$ ja $L_3$ leikkauspiste tai huomattu graafista, ettei sitä tarvita.	1
	Yritetty laskea arvot em. pisteissä sekä pisteissä $(0, 0)$ , $(2, 0)$ ja $(0, 3)$ .	1
	Oikeista arvoista valittu oikein suurin ja pienin funktion arvo 14 ja $-2$ .	1
	TAI	
	Päätelty, että funktion suurin arvo saavutetaan, kun $x$ on suurin mahdollinen (eli 2) ja $y$ pienin mahdollinen (0)	2
	eli $f(2, 0) = 14$	1
	ja funktion pienin arvo saavutetaan, kun $x$ on pienin mahdollinen (0) ja $y$ suurin mahdollinen (3)	2
	eli $f(0, 3) = -2$ .	1

### B2-osa

10.	Perintö kuuluu kategoriaan 40 000–60 000,	1
	joten veron määrä on $1\,700 + 0,11 \cdot (58\,000 - 40\,000) = 3\,680$ (euroa).	1
	Veroprosentti on $3\,680/58\,000 \approx 6,3\%$ .	1
	Kuvaaja on kasvava.	1
	Nivelkohdat $(20\,000, 0, 5)$ , $(40\,000, 4, 25)$ ja $(60\,000, 6, 5)$ oikein.	1
	Kuvaaja konkaavi väleillä 20 000–40 000 ja 40 000–60 000, ja derivaatassa epä-jatkuvuus kohdassa 40 000.	1
	Kuvaajasta ilmenee euroja prosenttien sijaan.	max 1 p.
11.	$\cos$ saa kaikki arvot välillä $-1$ ja $1$ ,	1
	joten $\cos(x) + 1$ suurin arvo on $1 + 1 = 2$	1
	ja pienin arvo on $-1 + 1 = 0$ .	1
	$\sin$ saa kaikki arvot välillä $[-1, 1]$ ,	1
	joten $A \sin(x)$ saa kaikki arvot välillä $[-A, A]$ ,	1
	joten $A \sin(x) + B$ saa kaikki arvot välillä $[-A + B, A + B]$ .	1
	b-kohdassa vain suurin ja pienin arvo	-1 p.
12.	Vähintään kaksi kohtaa oikein.	1
	Kaikki kohdat oikein.	1
	Taulukoidut pisteen oikein merkitty.	1
	Pisteet yhdistetty suoralla.	1
	Suoran kulmakerroin on 2, joka vastaa muuttujan $t$ eksponenttia.	1
	Suora leikkaa $y$ -akselia kohdassa 1, joka vastaa kertoimen logaritmia $\lg 10$ .	1

---

13.	Odotusaika oikein vähintään yhdessä nollasta poikkeavassa tapauksessa (esim. kerros K, 15 sekuntia).	1
	Odotusaikaa on laskettu oikean periaatteen mukaisesti suurimmassa osassa tapauksia (ainakin 15 kerrosta).	1
	Kaikki odotusajat oikein (ks. alla).	1
	Kerroksia, joissa odotusaika on yli 22 sekuntia, on siis 7	1
	ja jokaisessa todennäköisyys hissien tilaukselle on 0,025,	1
	joten kokonaistodennäköisyys yli 22 sekunnin odotukselle on $7 \cdot 0,025 = 0,175$ .	1

---

Kerroksissa 1, 8 ja 16 odotusaika on 0 s.

Kerroksissa K, 2, 7, 9, 15, 17 odotusaika on 15 s.

Kerroksissa 3, 6, 10, 14, 18 odotusaika on 20 s.

Kerroksissa 4, 5, 11, 13, 19 odotusaika on 25 s.

Kerroksissa 12 ja 20 odotusaika on 30 s.

Kerroksia, joissa odotusaika on yli 22 sekuntia on siis 7.

---