PROVET I FYSIK 21.3.2014 BESKRIVNING AV GODA SVAR

De beskrivningar av svarens innehåll som ges här är inte bindande för studentexamensnämndens bedömning. Censorerna beslutar om de kriterier som används i den slutgiltiga bedömningen.

En fysikuppgift kräver alltid ett motiverat svar om inget annat nämns i uppgiften. Ett svar som uppvisar mognad är strukturerat och till sitt sakinnehåll logiskt. Av utförandet bör framgå genom vilka slutledningar svaret har erhållits. Situationsbilder, kraftfigurer, kopplingsscheman och grafiska presentationer rekommenderas. Ibland är de nödvändiga, t.ex. kraftfigurerna utgör ofta en väsentlig del av motiveringen till en lösning. Kraftfigurerna och de grafiska presentationerna bör vara tydliga och följa standarderna samt beskriva den fysikaliska situationen. I de uppgifter som kräver matematisk behandling bör storhetsekvationerna och formlerna motiveras på ett sätt som visar att examinanden gestaltat situationen. I en fullständig lösning tillämpas adekvata principer eller lagar. Lösningen bör även innehålla behövliga uträkningar och andra tillräckliga motiveringar samt slutresultat.

I de svar som förutsätter produktion av en facktext bör examinanden fästa uppmärksamhet bl.a. vid följande:

– kombination av fakta och tillämpningen av det inlärda
– svarets disposition
– granskningen av den fysikaliska situationen
– identifiering av fenomenet
– konstruktion av nödvändiga figurer
– storheter och lagar som beskriver fenomenet
– modellen och dess tillämpningsmöjligheter
– de storhetsekvationer som ingår i en lag i allmänhet och i det specialfall som modellen beskriver.

I de delar som kräver beräkningar bör man sträva efter en lösning med storhetsekvationer. I den slutliga lösningen införs talvärdena med sina enheter. Vid bedömningen av resultatet fästs vikt vid resultatets rimlighet och den noggrannhet med vilken resultatet anges.

Vid lösningen av uppgifter enbart med kalkylator är det erhållna svaret inte tillräckligt. Det svar som kalkylatorn ger är däremot tillräckligt i rutinmässiga delar av mera omfattande uppgifter. Om kalkylator används t.ex. vid ekvationslösning, linjäranpassning, hyfsning av formler, derivering och integrering av funktioner, bör detta framgå av utförandet. Kalkylatorn är ett hjälpmedel i provet och dess roll utvärderas i varje enskild uppgift.

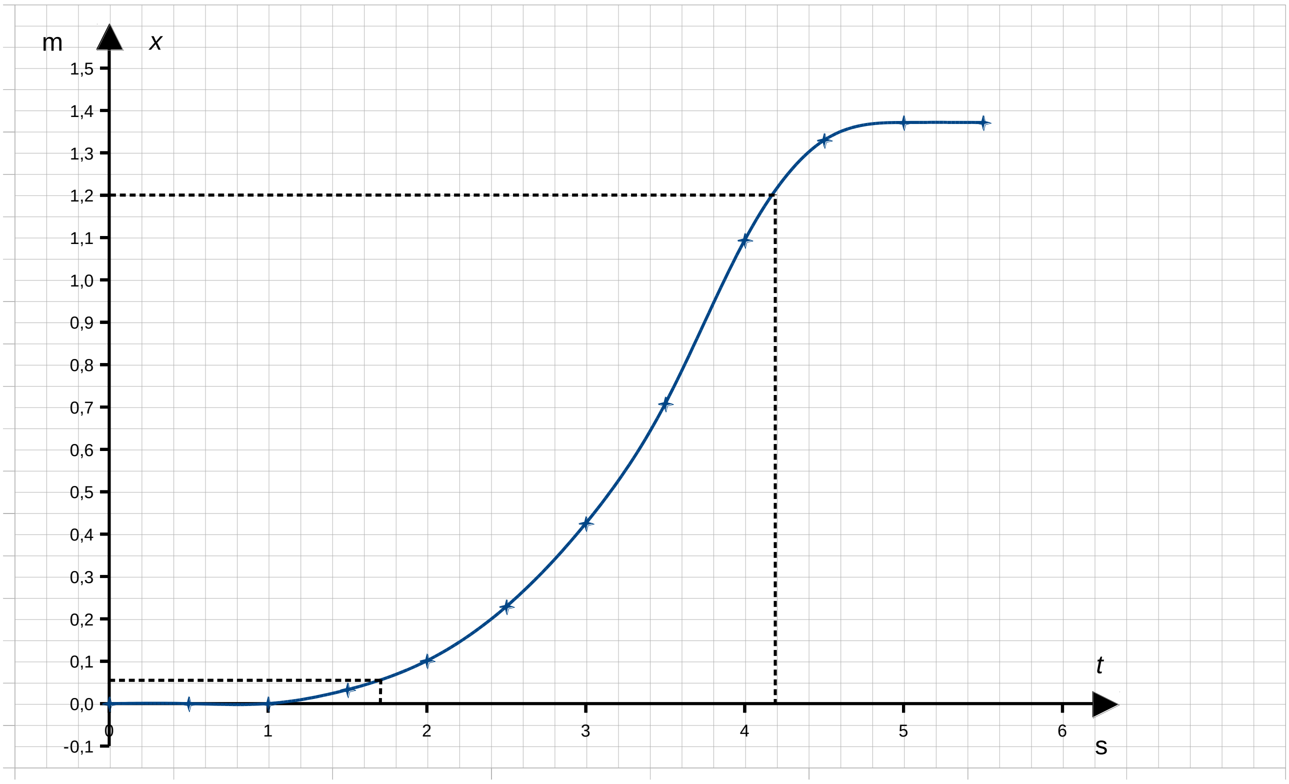
Uppgift 1

a) gravitationsväxelverkan
elektromagnetisk växelverkan
stark växelverkan
svag växelverkan

b) 1) elektromagnetisk växelverkan
2) gravitationsväxelverkan
3) elektromagnetisk växelverkan
4) stark växelverkan

Uppgift 2

a)



b)

Medelhastigheten under tidsintervallet 1,7 s … 4,2 s är

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(1{,}21 - 0{,}05)\ \mathrm{m}}{(4{,}2 - 1{,}7)\ \mathrm{s}} = 0{,}46\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

c)

Bilen rör sig då hastigheten är olika noll, dvs. då riktningskoefficienten för rörelsens tangent är olika noll. Enligt grafen börjar bilen röra på sig då t = 1,00 s och bilen stannar då t = 4,85 s. Bilen rör sig således under (4,85–1,00) s = 3,85 s ≈ 3,9 s.

Uppgift 3

Mikrovågsugnens effekt P = 180 W

Tid t = 9 min 20 s = 560 s

Bärens massa m = 0,25 kg

Specifika värmekapaciteten för is c_{is} = 2,09 kJ/(kg·K)

Specifika smältvärmet för is s = 333 kJ/kg

Specifika värmekapaciteten för vatten c_{v} = 4,19 kJ/(kg·K)

Temperaturhöjningen för isen ΔT_{is} = 18 K

Temperaturhöjningen för vattnet ΔT_{v}

Energin $E_{\mathrm{tot}} = Pt$ som avges av mikrovågsugnen används till att värma och smälta bären.

Energin som går åt till att värma isen: $Q_{\mathrm{is}} = c_{\mathrm{is}} m \Delta T_{\mathrm{is}}$

Energin som går åt till att smälta isen: $Q_{\mathrm{s}} = sm$

Energin som går åt till att värma vattnet: $Q_{\mathrm{v}} = c_{\mathrm{v}} m \Delta T_{\mathrm{v}}$

Totalenergin som behövs för att smälta bären:

$$E_{\mathrm{tot}} = Q_{\mathrm{is}} + Q_{\mathrm{s}} + Q_{\mathrm{v}} = c_{\mathrm{is}} m \Delta T_{\mathrm{is}} + sm + c_{\mathrm{v}} m \Delta T_{\mathrm{v}}$$

$$Pt = m(c_{\mathrm{is}} \Delta T_{\mathrm{is}} + s) + c_{\mathrm{v}} m \Delta T_{\mathrm{v}}$$

$$\Delta T_{\mathrm{v}} = \frac{Pt - m(c_{\mathrm{is}} \Delta T_{\mathrm{is}} + s)}{c_{\mathrm{v}} m}$$

$$\Delta T_{\mathrm{v}} = \frac{180\ \mathrm{W} \cdot 560\ \mathrm{s} - 0{,}25\ \mathrm{kg} \cdot \left(2090\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg \cdot K}} \cdot 18\ \mathrm{K} + 333000\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}\right)}{4190\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg \cdot K}} \cdot 0{,}25\ \mathrm{kg}} = 7{,}7756563\ \mathrm{K} \approx 7{,}8\ \mathrm{K}$$

Temperaturen för bären då dessa tas ut ur ugnen är 7,8 °C.

Uppgift 4

a)

Ljudvågorna som framskrider inuti tutan reflekteras delvis tillbaka in i tutan i dess båda ändor. Vid vissa frekvenser, som är varandras heltalsmultiplar, uppstår det i tutan en stående våg. Detta sker då vågor som rör sig åt motsatt håll interfererar. Dessa frekvenser är tutans egenfrekvenser. Då man blåser i tutan vibrerar läpparna och en resonans uppstår vid egenfrekvensen. Luftpelaren i tutan börjar då vibrera kraftigt. Flera frekvenser i ljudspektret beror på att tutan samtidigt kan ljuda vid flera egenfrekvenser.

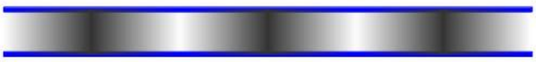
b)

I pipans öppna ända finns ljudvågens antinod (buk) (rörelsemaximum, tryckminimum; det ljusa området i figurerna). Om pipan är sluten i andra ändan uppstår här en nod (rörelseminimum, tryckmaximum; det mörka området i figurerna).

I en pipa som är öppen i båda ändorna är pipans längd en heltalsmultipel av halva våglängden. Egenfrekvenserna är *f*, 2*f*, 3*f*…

$\lambda = 2L$, egenfrekvens *f*

$\lambda = L$, egenfrekvens 2*f*

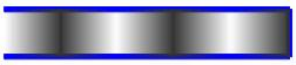


$\lambda = \frac{2}{3}L$, egenfrekvens 3*f*

I en pipa som är sluten i ena ändan är pipans längd en udda multipel av en fjärdedels våglängd. Egenfrekvenserna är *f*, 3*f*, 5*f*…

$\lambda = 4L$, egenfrekvens *f*

$\lambda = \frac{4}{3}L$, egenfrekvens 3*f*



$\lambda = \frac{4}{5}L$, egenfrekvens 5*f*

Frekvenserna i spektret motsvarar serien *f*, 2*f*, 3*f*…, således fungerar vuvuzelan som en pipa som är öppen i båda ändorna.

c)

Vågens hastighet är $v = \lambda f$, där λ är våglängden och *f* är frekvensen.

Då den resonerande gasen i pipan byts från luft till helium, förblir den stående vågens våglängd lika lång, men ljudets hastighet och frekvens ändrar.

Den lägsta frekvensen motsvaras av våglängden

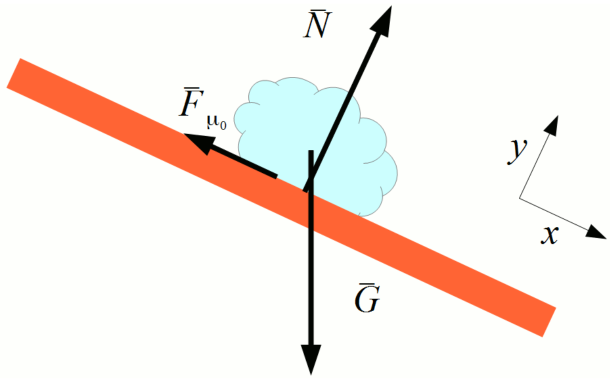
$$\lambda = \frac{v_{\mathrm{luft}}}{f_{\mathrm{luft}}} = \frac{v_{\mathrm{He}}}{f_{\mathrm{He}}}$$

Insätter v_{luft} = 343 m/s, v_{He} = 965 m/s och från det givna spektret f_{luft} = 236 Hz:

$$f_{\mathrm{He}} = \frac{v_{\mathrm{He}}}{v_{\mathrm{luft}}} f_{\mathrm{luft}} = \frac{965\ \mathrm{m/s}}{343\ \mathrm{m/s}} \cdot 236\ \mathrm{Hz} = 663{,}96501\ \mathrm{Hz} \approx 664\ \mathrm{Hz}$$

Uppgift 5

a)



Då koordinatsystemet väljs så som i figuren blir Newtons II lag i komponentform för isklumpen i jämvikt:

$$\sum \bar{F} = 0$$

Isklumpen utsätts för maximal vilofriktion $F_{\mu_0} = \mu_0 N$.

$$\begin{cases} \Sigma F_x = G_x - F_{\mu_0} = G \sin 25° - \mu_0 N = 0 \\ \Sigma F_y = N - G_y = N - G \cos 25° = 0 \end{cases}$$

Ytans stödkraft blir $N = mg \cos 25°$.

$$mg(\sin 25° - \mu_0 \cos 25°) = 0$$

Vilofriktionstalet blir:

$$\mu_0 = \frac{\sin 25°}{\cos 25°} = \tan 25° = 0{,}466307658 \approx 0{,}47$$

b)

Resultantkraften i takets riktning utför ett arbete på klumpen, då den flyttas sträckan *s*

$$W = (\Sigma F_x)\, s = mgs(\sin 25° - \mu \cos 25°).$$

Enligt arbetsprincipen är resultantkraftens arbete lika stort som förändringen i rörelseenergi. Då isklumpens begynnelsehastighet är noll blir arbetet

$$W = \Delta E_k = \tfrac{1}{2} m v^2.$$

Isklumpens hastighet efter att den har glidit sträckan *s*:

$$v = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{2gs(\sin 25° - \mu \cos 25°)}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 4{,}0\ \mathrm{m}\,(\sin 25° - 0{,}08 \cdot \cos 25°)} = 5{,}241843\ \mathrm{m/s} \approx 5{,}2\ \mathrm{m/s}$$

eller:

Newtons II lag, då isklumpen accelererar:

$$\sum \bar{F} = m\bar{a}$$

Krafterna som verkar på isklumpen:

$$\Sigma F_y = N - G_y = N - mg\cos 25° = 0$$

$$\Sigma F_x = G_x - F_\mu = G_x - \mu N = mg(\sin 25° - \mu \cos 25°) = ma_x$$

Ur ovanstående ekvation får man för klumpens acceleration

$$a_x = g(\sin 25° - \mu \cos 25°).$$

Isklumpen glider sträckan *s* = 4,0 m. Begynnelsehastigheten är noll och rörelsen är likformigt accelererad.

$$s = \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a_x}}$$

Isklumpens sluthastighet:

$$v = a_x t = \sqrt{2a_x s} = \sqrt{2gs(\sin 25° - \mu \cos 25°)}$$

$$= \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 4{,}0\ \mathrm{m}(\sin 25° - 0{,}08 \cdot \cos 25°)} = 5{,}241843 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 5{,}2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Uppgift 6

a)

m_k = 154 kg m_1 = 18 kg m_2 = 21 kg m_3 = 23 kg r_k = 1,30 m r_b = 0,30 m

Rörelsemängdsmomentet för systemet bestående av barn och en karusell bevaras då inga yttre kraftmoment verkar på systemet. Då barnen rör sig mot karusellens mitt minskar systemets tröghetsmoment, vilket resulterar i att vinkelhastigheten måste öka.

$$L_a = L_b$$

$$J_a \omega_a = J_b \omega_b$$

Karusellens vinkelhastighet i början:

ω_a = 2π·(2,5 / 10) rad/s = 1,5707963 rad/s

Karusellens och barnens tröghetsmoment i början och i slutet:

$$J_a = ½m_k r_k{}^2 + (m_1 + m_2 + m_2)r_k{}^2 = ½ \cdot 154\ \mathrm{kg} \cdot (1{,}30\ \mathrm{m})^2 + 62\ \mathrm{kg} \cdot (1{,}30\ \mathrm{m})^2 = 234{,}91\ \mathrm{kgm}^2$$

$$J_b = ½m_k r_k{}^2 + (m_1 + m_2 + m_2)r_b{}^2 = ½ \cdot 154\ \mathrm{kg} \cdot (1{,}30\ \mathrm{m})^2 + 62\ \mathrm{kg} \cdot (0{,}30\ \mathrm{m})^2 = 135{,}71\ \mathrm{kgm}^2$$

Karusellens vinkelhastighet i slutet löses ut:

$$\omega_b = \frac{J_a}{J_b}\omega_a = \frac{234{,}91\ \mathrm{kgm}^2}{135{,}71\ \mathrm{kgm}^2} \cdot 1{,}5707963\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} = 2{,}719002\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \approx 2{,}7\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

b)

Den gemensamma rotationsenergin ökar.

(Motivering: Barnen gör ett arbete då de förflyttar sig mot rotationsaxeln. Detta arbete, som görs av interna krafter i systemet, ökar rotationsenergin.)

c)

Eftersom förlusterna är små och rörelsemängdsmomentet bevaras, kommer vinkelhastigheten strax före inbromsningen att vara samma som i a)-fallets initialtillstånd:

vinkelhastigheten är ω_a = 1,5707963 rad/s

Under inbromsningen vrider sig $\varphi = 3{,}0 \cdot 2\pi\ \mathrm{rad}$ tills den stannar upp.

Rotationen bromsas in likformigt och vinkelhastigheten i slutet är 0.

Karusellens vinkelacceleration blir således:

$$\alpha = \frac{0 - \omega_a}{t} = -\frac{\omega_a}{t}$$

För likformig vinkelacceleration fås följande ekvation för vinkelförskjutningen

$$\varphi = \omega_a t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2}\omega_a t,$$

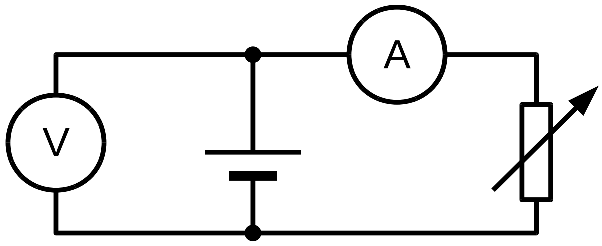
ur vilken tiden som krävs för inbromsningen fås som

$$t = \frac{2\varphi}{\omega_a} = \frac{2 \cdot 3{,}0 \cdot 2\pi\ \mathrm{rad}}{1{,}5707963\ \mathrm{rad/s}} = 24{,}000000\ \mathrm{s} \approx 24\ \mathrm{s}.$$

Inbromsningen tar 24 s.

Uppgift 7

a)



b)

Spänningsmätaren mäter batteriets polspänning *U*. Man kan anta att ingen ström går genom spänningsmätaren, vilket betyder att strömmätaren mäter strömmen *I* som går genom batteriet.

Ett verkligt batteri kan tänkas bestå av ett ideal batteri, som saknar strömmotstånd och vars spänning *E* hålls konstant, samt av ett motstånd med resistansen R_s som är kopplat i serie med batteriet. Då är *E* batteriets verkliga källspänning och R_s batteriets inre resistans.

Det spänningsfall som den inre resistansen orsakar är

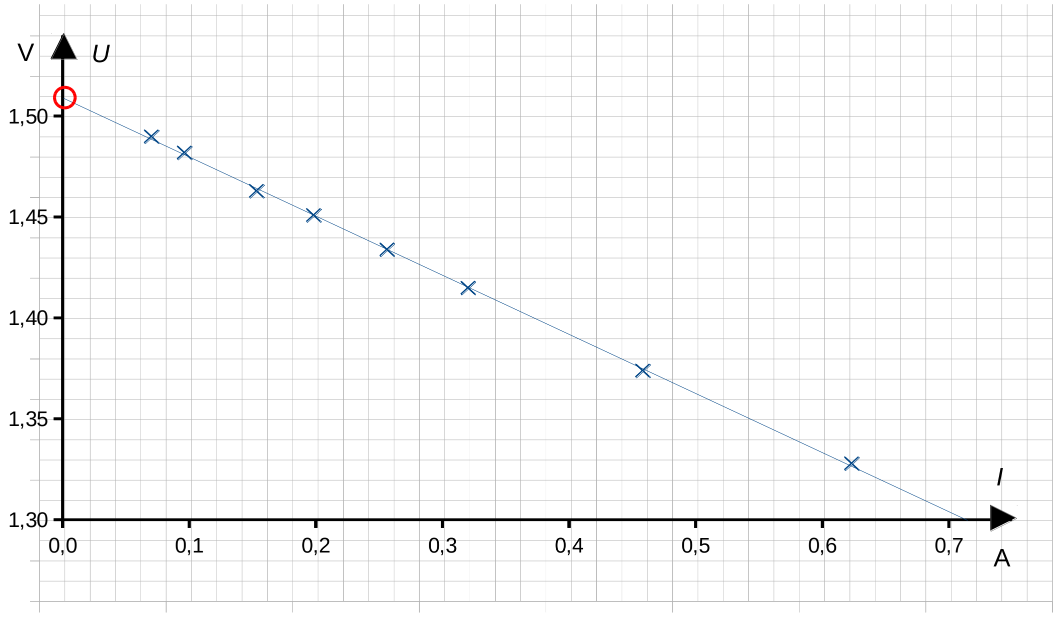
$$U_{Rs} = R_s I.$$

Polspänningen är

$$U = E - U_{Rs}$$

$$U = E - R_s I$$

Från mätresultaten kan man rita spänningen som en funktion av strömmen. Enligt modellen bör mätpunkterna falla på en linje med riktningskoefficienten -R_s och linjens skärningspunkt med *U*-axeln ger källspänningen *E*.



Från linjens anpassning får man

$$R_s = -\frac{\Delta U}{\Delta I} = -\frac{(1{,}30 - 1{,}51)\ \mathrm{V}}{(0{,}71 - 0{,}00)\ \mathrm{A}} = \ 0{,}2957746\ \Omega\ \approx 0{,}30\ \Omega\ \text{ och}$$

E = 1,51 V.

Uppgift 8

Eftersom värmeelementet endast har resistans är strömmen som går genom elementet, innan den andra komponenten kopplas, enligt Ohms lag

$$I = \frac{U}{R}.$$

Effekten är

$$P = UI = \frac{U^2}{R}.$$

U = 240 V P = 1000 W

Elementets resistans är

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{(240\ \mathrm{V})^2}{1000\ \mathrm{W}} = 57{,}6\ \Omega.$$

a)

För att elementets effekt ska vara P_0 = 850 W, bör strömmens effektiva värde vara

$$I = \sqrt{\frac{P_0}{R}} = \sqrt{\frac{850\ \mathrm{W}}{57{,}6\ \Omega}} = 3{,}841476857\ \mathrm{A}.$$

För att en sådan effektiv ström ska gå i kretsen, bör den andra resistansen R_0 vara

$$R_0 = \frac{U}{I} - R = \frac{240\ \mathrm{V}}{3{,}841476857\ \mathrm{A}} - 57{,}6\ \Omega = 4{,}8759719\ \Omega \approx 4{,}9\ \Omega.$$

b)

Då en spole kopplas till kretsen, är effektiva strömmen i kretsen

$$I = \frac{U}{Z},$$

där

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

är kretsens impedans. Här är $X_L = \omega L$ den induktiva reaktansen och $\omega = 2\pi f$ vinkelfrekvensen. Värmeelementet är den enda komponenten med resistans och dess effekt är

$$P_0 = UI\cos\varphi = \frac{U^2}{Z}\frac{R}{Z}, \text{ eftersom } \tan\varphi = \frac{X_L}{R},$$

ur vilket

$$Z = \sqrt{\frac{U^2 R}{P_0}} = \sqrt{\frac{(240\ \mathrm{V})^2 \cdot 57{,}6\ \Omega}{850\ \mathrm{W}}} = 62{,}47597\ \Omega.$$

Ur detta uttryck kan man lösa den lämpliga induktansen för spolen

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega} = \frac{\sqrt{(62{,}47597\ \Omega)^2 - (57{,}6\ \Omega)^2}}{2\pi \cdot 50\mathrm{s}^{-1}} = 0{,}07702092\ \mathrm{H} \approx 77\ \mathrm{mH}.$$

c)

I den enbart resistiva kretsen är effekten som spänningskällan ger

$$P_{\mathrm{R}} = \frac{U^2}{R + R_0} = \frac{(240\ \mathrm{V})^2}{57{,}6\ \Omega + 4{,}8759719\ \Omega} = 921{,}95445\ \mathrm{W} \approx 920\ \mathrm{W}.$$

En ideal spole i en växelströmkrets förbrukar ingen effekt, så effekten som tas från spänningskällan är därför densamma som värmeelementets effekt i dessa fall.

$$P_{\mathrm{L}} = 850\ \mathrm{W}.$$

Uppgift 9

a)

Kärnreaktorns eleffekt är P = 1600 MW och verkningsgraden är η = 0,32, således är reaktorns värmeeffekt

$$P_0 = \frac{P}{\eta} = \frac{1600\ \mathrm{MW}}{0{,}32} = 5000\ \mathrm{MW}.$$

Massdefekten för den givna reaktionen:

$$\Delta m = m_{\mathrm{n}} + m_{\mathrm{U}} - m_{\mathrm{Nd}} - m_{\mathrm{Zr}} - 3m_{\mathrm{n}}$$

$$= 1{,}0086650\ \mathrm{u} + 235{,}043925\ \mathrm{u} - 142{,}909810\ \mathrm{u} - 89{,}904703\ \mathrm{u} - 3 \cdot 1{,}0086650\ \mathrm{u} = 0{,}212082\ \mathrm{u}$$

Energin som frigörs i en reaktion är

$$E = \Delta m c^2 = 0{,}212082 \cdot 149{,}24191 \frac{\mathrm{pJ}}{c^2} \cdot c^2 = 31{,}6515227566\ \mathrm{pJ}.$$

Reaktorns värmeeffekt är P_0 = 5000 MW = 5000 MJ/s. Antalet urankärnor som fissioneras per sekund blir

$$n = \frac{P_0}{E} = \frac{5000 \cdot 10^6\ \mathrm{J/s}}{31{,}6515227566 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{J}} = 1{,}5797028277 \cdot 10^{20}\ \mathrm{st/s}$$

b)

Årets längd är T = 31536000 s, och antalet fissionerade urankärnor blir

$$N = nT = 1{,}5797028277 \cdot 10^{20}\ \frac{\mathrm{st}}{\mathrm{s}} \cdot 31536000\ \mathrm{s} = 4{,}9817508 \cdot 10^{27}\ \mathrm{st}.$$

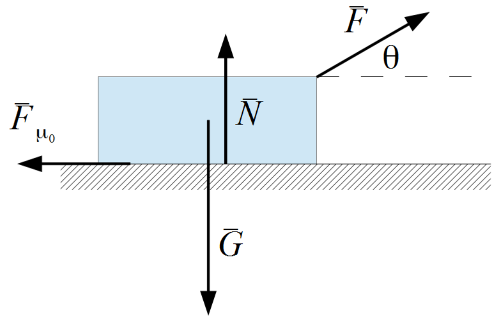
Under ett år är den förbrukade massan av ^{235}U-isotopen

$$M = Nm_{\mathrm{U}} = 4{,}9817508 \cdot 10^{27} \cdot 235{,}043925\ \mathrm{u} = 1{,}17093027 \cdot 10^{30}\ \mathrm{u} = 1944{,}38\ \mathrm{kg} \approx 1900\ \mathrm{kg}$$

Uppgift 10

a)

Enligt Newtons II lag är jämviktsekvationerna i *x*- och *y*-led



$$\sum \bar{F} = 0$$

$$\begin{cases} \sum F_x = F\cos\theta - F_\mu = 0 \\ \sum F_y = F\sin\theta + N - G = 0, \end{cases}$$

där maximala vilofriktionskraften är

$$F_{\mu_0} = \mu_0 N.$$

Genom att eliminera stödkraften *N* får man

$$F\cos\theta - \mu_0(G - F\sin\theta) = 0,$$

ur vilket man kan lösa ut kraften som drar i snöret

$$F = \frac{\mu_0 G}{\cos\theta + \mu_0\sin\theta} = \frac{G}{\frac{\cos\theta}{\mu_0} + \sin\theta}.$$

Detta uttryck får sitt minsta värde då nämnaren är som störst. Nämnaren definieras som funktionen

$$f(\theta) = \sin\theta + \frac{\cos\theta}{\mu_0}.$$

Man bör beräkna vinkeln, då funktionen $f(\theta)$ får sitt största värde när μ_0 = 0,47. Vinkeln kan beräknas antingen genom att söka funktionens extremvärden via derivering, genom iterering, med hjälp av kalkylator eller grafiskt. Sitt största värde får funktionen då vinkeln är $\theta = 25{,}173525°$, som med en grads noggrannhet är 25°.

b)

Den minsta kraften med vilken snöret bör dras är enligt fallet a

$$F = \frac{G}{\frac{\cos\theta}{\mu_0} + \sin\theta}.$$

Man bestämmer funktionens

$$f(\theta) = \frac{\cos\theta}{\mu_0} + \sin\theta$$

extremvärden, då 0 < θ < 90° och μ_0 är positiv.

Funktionens extremvärden är i derivatans nolläge:

$$f'(\theta) = \cos\theta - \frac{\sin\theta}{\mu_0} = 0$$

Vinkeln θ blir:

$$\theta = \arctan\mu_0$$

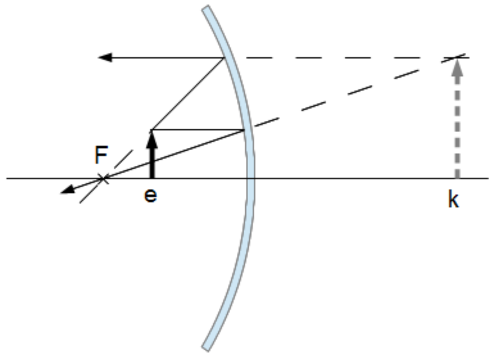
För detta extremvärde når funktionen $f(\theta)$ ett maximum.

Då $\theta = \arctan\mu_0$, börjar kroppen röra sig med den minsta möjliga kraften.

Uppgift 11

a)

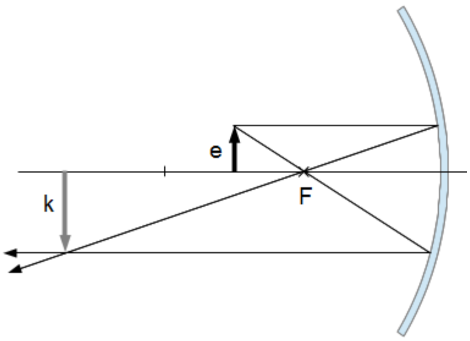
För att bilden ska vara förstorad måste spegeln vara konkav. Personens ansikte är föremål för bilden. Då ansiktets avstånd från spegeln är mindre än spegelns brännvidd, reflekteras ljus-strålarna från en punkt på ansiktet som i figur i). Strålen, som är parallell med huvudaxeln, reflekteras via brännpunkten, och strålen vars förlängning går genom brännpunkten är efter reflektionen parallell med huvudaxeln. I denna situation bildar spegeln en förstorad upprätt virtuell bild av ansiktet bakom spegeln. Avståndet till spegeln måste således vara mindre än spegelns brännvidd.



i)

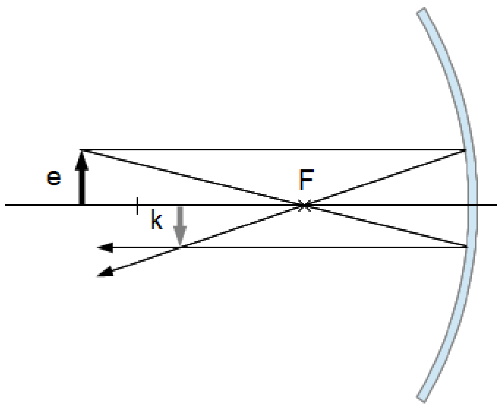
b)

Då observatören (och föremålet) förflyttar sig längre bort från spegeln uppstår först den situ-ation som illustreras i figur ii). Spegeln bildar en uppochnedvänd reell bild bakom observatören. Observatörens öga träffas av ett konvergerande strålknippe som reflekterats från spegeln. Ögat kan inte fokusera på det konvergerande strålknippet. Genom att imitera ögat med en konvex lins och en skärm vid föremålets läge, kunde man i princip bilda en skarp bild. Men ett verkligt öga klarar inte av detta eftersom ögat normalt inte behöver bilda en bild av ett konvergerande strålknippe. På grund av detta bildas i fall ii) en oskarp bild på ögats näthinna.



ii)

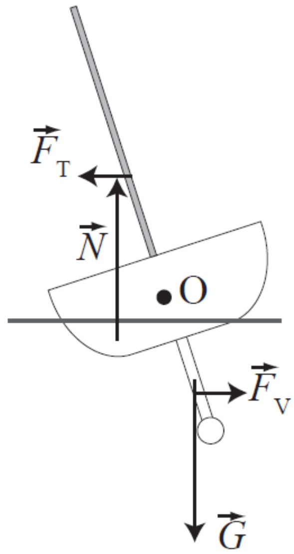
Då observatören flyttar sig längre bort än två brännviddar från spegeln uppstår fall iii). Före-målet bildar en reell bild framför observatören. Denna bild fungerar som ett föremål för ögat, och av den bildar ögat en skarp uppochnedvänd bild på näthinnan.



iii)

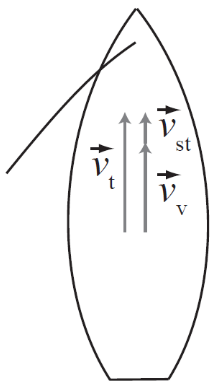
Uppgift +12

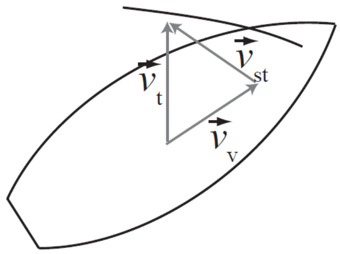
a) G = segelbåtens tyngd
N = undanträngda vattnets lyftkraft
F_T = vindens kraftkomponent från sidan på seglet
F_v = en dynamisk vågrät stödkraft från vattnet



En segelbåt börjar luta då kraften med vilken vinden verkar på seglen påverkar båten med ett kraftmoment kring axeln i O. Ju mera båten lutar, desto mindre blir segelytan vinkelrätt mot vinden och samtidigt minskar momentet från F_T. Även kraften F_v och momentet som den orsakar minskar då båten börjar luta. Det upprätande momentet kring axeln O ökar då vridarmen från lyftkraften *N* och båtens tyngd *G* ökar. Så ju mera båten lutar desto större blir det upprätande momentet. Således kan inte en segelbåt med köl stjälpa endast på grund av vindens påverkan.

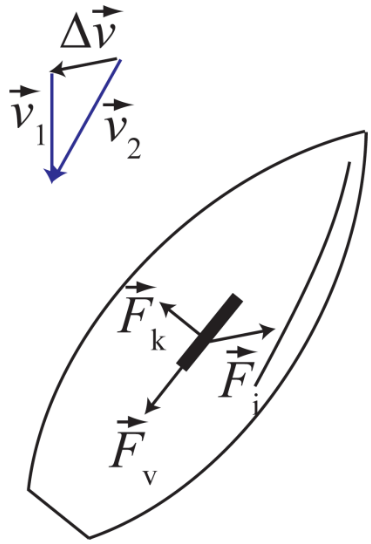
b) v_t = vindens hastighet i förhållande till land
v_v = båtens hastighet i förhållande till land
v_{st} = vindens relativa hastighet i förhållande till båten





Då vinden blåser rakt bakifrån kan en segelbåt maximalt segla med vindens hastighet, dvs. den kan accelerera ända tills det att den relativa vindhastigheten v_{st} är noll. I praktiken kan båten aldrig nå upp till denna fart, eftersom motståndskraften från framför allt vattnet bromsar båten effektivt. Om segelbåten däremot vänder så att vinden blåser snett akterifrån, vänder och ökar den relativa vindhastigheten, vilket framgår av vektortriangeln. Då kan båten t.o.m. gå framåt fortare än vinden.

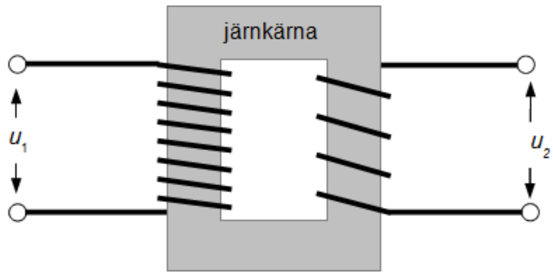
c) F_i = vindens kraft på seglet
F_k = vattnets kraft på kölen
F_v = rörelsemotståndet



Seglet på en segelbåt som framskrider snett i motvind vänder på luftströmmen som träffar seglet, vilket ses i den givna vektorfiguren. Seglet ändrar luftströmmens riktning. Enligt Newtons II lag är kraften som ändrar luftströmmens riktning parallell med hastighetsförändringens riktning $\Delta\bar{v}$. Enligt Newtons III lag verkar luftströmmen på seglet, och därmed också på segelbåten, med en lika stor men motsatt riktad kraft F_i. Denna kraft är riktad snett framåt i båtens rörelseriktning. Vattnet verkar på kölen med kraften F_k, som verkar nära på vinkelrätt mot båtens rörelseriktning. Denna kraft motverkar att båten driver i vindriktningen. För en segelbåt som är i kraftjämvikt och rör sig med konstant hastighet kompletteras kraftfiguren av den bromsande kraften F_v.

Uppgift +13

a) En transformator används för att minska eller förstora polspänningen på en växelspänningskälla. Transformatorn består av två spolar med en gemensam järnkärna. Primärspolen skapar ett föränderligt magnetiskt flöde i järnkärnan $\Phi = \Phi(t)$ som är gemensamt för de båda spolarna. I sekundärspolen induceras, enligt induktionslagen, en spänning, varvid spänningarna i primär- och sekundärspolarna är



$$e_1 = -N_1\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \text{ och } e_2 = -N_2\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t},$$

där N_1 och N_2 är antalet slingor i primär- och sekundärspolen. Då spolarnas resistanser är små (en ideal transformator) är spänningarna mellan ändorna på primär- och sekundärspolen $u_1 = e_1$ och $u_2 = e_2$, och transformationsförhållandet för transformatorn blir

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2}.$$

b) Effektförlusten i en transformator orsakas av ledningarnas resistanser, av virvelströmmarna som induceras i järnkärnan och av den kontinuerliga förändringen av järnets magnetisering. Alla dessa effekter orsakar uppvärmning av transformatorn.

c) Elström ger möjlighet till energitransport. Energitransportens effektförlust ökar och verkningsgraden minskar kraftigt då elströmmen ökar: $P = IU = I^2R$. Ju längre sträckan mellan kraftverket och konsumenten är, desto mera effekt går förlorad i ledningarna. Den största effektförlusten förorsakas oftast av effektförbrukningen i överföringsledningarnas resistanser. Det skulle löna sig att använda så stora polspänningar som möjligt, ifall inte detta skulle medföra stora säkerhetsrisker hos konsumenterna. En transformator erbjuder en lösning till problemet: Med transformatorer kan högspänningen i konsumentändan sänkas till en mera säker nivå.

d) Primär- och sekundärsidornas effekter P_1 och P_2 är oftast ungefär lika stora, dvs. $P_1 = U_1I_1 = U_2I_2 = P_2$. Transformatorns verkningsgrad är $\eta = P_{\text{sekundär}}:P_{\text{primär}}$.

Elöverföringslinjen behöver en inkommande och en utgående ledning, dvs. två 75 km långa ledningar, vars totala resistans är $R = l \cdot \rho_l$ = 150 km · 0,065 Ω/km = 9,75 Ω .

Med de givna värdena fås

$$I = \frac{P}{U}$$

1) $I = \frac{15\ \text{kW}}{21\ \text{kV}} = 0{,}71\ \text{A}$

2) $I = \frac{15\ \text{kW}}{0{,}400\ \text{kV}} = 37{,}5\ \text{A}$

Överföringsledningarnas resistanser ger enligt Joules lag upphov till effektförlusten $P_R = I \cdot U$.

1) $P_\text{R} = I^2R = (0{,}71\ \text{A})^2 \cdot 9{,}75\ \Omega = 4{,}9\ \text{W}$

2) $P_\text{R} = I^2R = (37{,}5\ \text{A})^2 \cdot 9{,}75\ \Omega = 13{,}7\ \text{kW}$

Verkningsgraderna blir

1) $\eta = \frac{P_\text{T}}{P_\text{G}} = \left(1 + \frac{P_\text{R}}{P_\text{T}}\right)^{-1} = \left(1 + \frac{4{,}9\ \text{W}}{15000\ \text{W}}\right)^{-1} = 0{,}99967 \approx 99{,}97\ \%$

2) $\eta = \frac{P_\text{T}}{P_\text{G}} = \left(1 + \frac{P_\text{R}}{P_\text{T}}\right)^{-1} = \left(1 + \frac{13{,}7\ \text{kW}}{15\ \text{kW}}\right)^{-1} = 0{,}523 \approx 52\ \%$