FYSIIKAN KOE 21.3.2014 HYVÄN VASTAUKSEN PIIRTEITÄ

Alla oleva vastausten piirteiden ja sisältöjen luonnehdinta ei sido ylioppilastutkintolautakunnan arvostelua. Lopullisessa arvostelussa käytettävistä kriteereistä päättää tutkintoaineen sensorikunta.

Fysiikan tehtävä vaatii aina perustellun vastauksen riippumatta siitä, minkä tyyppinen tehtävä on tai pyydetäänkö perusteluja erikseen. Kypsyyttä osoittava vastaus on jäsennelty ja asiasisällöltään johdonmukainen. Suorituksesta tulee ilmetä, miten vastaukseen on päädytty. Tilannekuviot, voimakuviot, kytkentäkaaviot, graafiset esitykset ovat usein suotavia, toisinaan välttämättömiä. Esimerkiksi voimakuviot ovat usein oleellinen osa ratkaisun perustelua. Voimakuvioiden ja graafisten esitysten pitää olla selkeitä ja yleisten standardien mukaisia sekä fysikaalista tilannetta kuvaavia. Matemaattista käsittelyä edellyttävissä tehtävissä suureyhtälöt ja kaavat on perusteltava tavalla, joka osoittaa kokelaan hahmottaneen tilanteen. Täydellisessä ratkaisussa sovelletaan asianmukaista periaatetta tai lakia. Ratkaisussa on myös oltava tarvittavat laskut sekä muut riittävät perustelut ja lopputulos.

Asiatekstin tuottamista edellyttävissä vastauksissa kiinnitetään huomiota mm. seuraaviin seikkoihin:

- tietojen yhdistely ja opitun soveltaminen
- vastauksen jäsentely
- fysikaalisen tilanteen tarkastelu
- ilmiön tunnistaminen
- tarpeellisten kuvioiden piirtäminen
- ilmiötä kuvaavat suureet ja lait
- malli ja sen soveltamisedellytykset
- lakeja vastaavat suureyhtälöt yleisessä ja mallin edellyttämässä erityismuodossa.

Laskemista edellyttävissä osioissa pyritään suureyhtälömuotoiseen ratkaisuun, jonka jälkeen tehdään lukuarvosijoitukset yksikköineen. Tuloksen tarkastelussa kiinnitetään huomiota tuloksen järkevyyteen ja tuloksen ilmoitustarkkuuteen.

Tehtävien ratkaisemisessa pelkkä laskimella saatu vastaus ei riitä. Laskimesta saatu tulos riittää laajempien tehtävien rutiiniosissa. Jos laskinta käytetään esim. yhtälöiden ratkaisemiseen, lausekkeiden muokkaamiseen, suoran sovittamiseen, funktioiden derivointiin tai integrointiin, tämän on käytävä ilmi suorituksesta. Laskin on kokeen apuväline, jonka rooli arvioidaan tehtäväkohtaisesti.

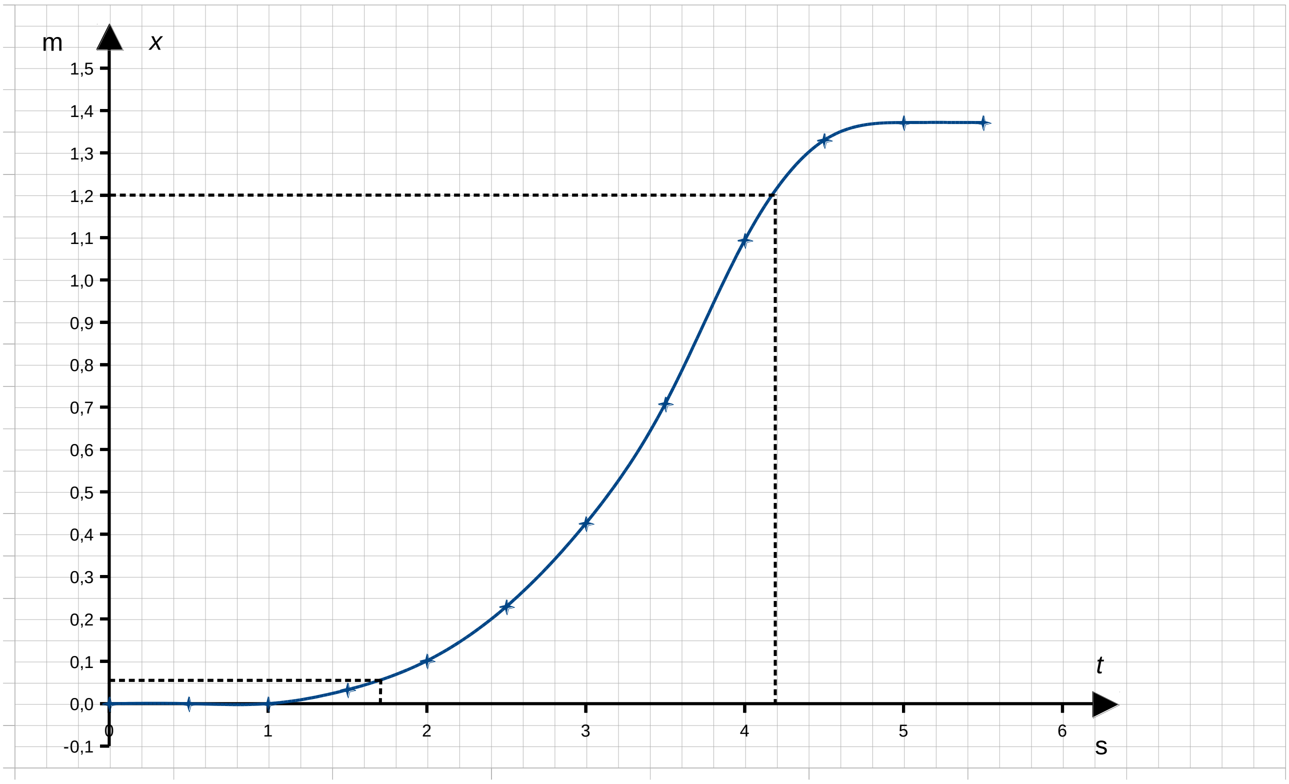
Tehtävä 1

a) gravitaatiovuorovaikutus
sähkömagneettinen vuorovaikutus
vahva vuorovaikutus
heikko vuorovaikutus

b) 1) sähkömagneettinen vuorovaikutus
2) gravitaatiovuorovaikutus
3) sähkömagneettinen vuorovaikutus
4) vahva vuorovaikutus

Tehtävä 2

a)



b)
Keskinopeus aikavälillä 1,7 s … 4,2 s on

$$v_k = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(1{,}21 - 0{,}05)\ \mathrm{m}}{(4{,}2 - 1{,}7)\ \mathrm{s}} = \ 0{,}46\ \mathrm{m/s}.$$

c)
Auto liikkuu, kun sillä on nollasta poikkeava nopeus, eli liikkeen kuvaajan tangentin kulmakerroin poikkeaa nollasta. Kuvaajan mukaan auto lähtee liikkeelle, kun t = 1,00 s, ja pysähtyy, kun t = 4,85 s.
Näin ollen auto liikkuu ajan (4,85–1,00) s = 3,85 s ≈ 3,9 s.

Tehtävä 3

Mikroaaltouunin teho P = 180 W

Aika t = 9 min 20 s = 560 s

Marjojen massa m = 0,25 kg

Jään ominaislämpökapasiteetti c_j = 2,09 kJ/(kg·K)

Jään ominaissulamislämpö s = 333 kJ/kg

Veden ominaislämpökapasiteetti c_v = 4,19 kJ/(kg·K)

Jään lämpötilan nousu ΔT_j = 18 K

Veden lämpötilan nousu ΔT_v

Mikroaaltouunin luovuttama energia $E_\mathrm{tot} = Pt$ käytetään marjojen lämmittämiseen ja sulattamiseen.

Jään lämmittämiseen kuluva energia $Q_\mathrm{j} = c_\mathrm{j} m \Delta T_\mathrm{j}$

Jään sulattamiseen kuluva energia $Q_\mathrm{s} = sm$

Veden lämmittämiseen kuluva energia $Q_\mathrm{v} = c_\mathrm{v} m \Delta T_\mathrm{v}$

Marjojen sulattamiseen tarvittava kokonaisenergia:

$$E_\mathrm{tot} = Q_\mathrm{j} + Q_\mathrm{s} + Q_\mathrm{v} = c_\mathrm{j} m \Delta T_\mathrm{j} + sm + c_\mathrm{v} m \Delta T_\mathrm{v}$$

$$Pt = m\left(c_\mathrm{j} \Delta T_\mathrm{j} + s\right) + c_\mathrm{v} m \Delta T_\mathrm{v}$$

$$\Delta T_\mathrm{v} = \frac{Pt - m\left(c_\mathrm{j} \Delta T_\mathrm{j} + s\right)}{c_\mathrm{v} m}$$

$$\Delta T_\mathrm{v} = \frac{180\ \mathrm{W} \cdot 560\ \mathrm{s} - 0{,}25\ \mathrm{kg} \cdot (2090\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{K}} \cdot 18\ \mathrm{K} + 333000\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}})}{4190\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{K}} \cdot 0{,}25\ \mathrm{kg}} = 7{,}7756563\ \mathrm{K} \approx 7{,}8\ \mathrm{K}$$

Marjojen lämpötila uunista otettaessa on 7,8 °C.

Tehtävä 4

a)

Torven sisällä etenevät ääniaallot heijastuvat molemmista päistä osittain takaisin putkeen. Tietyillä, keskenään kokonaislukusuhteissa olevilla taajuuksilla torveen syntyy sen koko matkalle seisova ääniaalto, kun kumpaankin suuntaan kulkevat aallot interferoivat keskenään. Nämä taajuudet ovat torven ominaistaajuuksia. Kun torvea soitetaan, soittajan huulet värähtelevät jollain ominaistaajuudella, syntyy resonanssi ja torvessa oleva ilmapatsas alkaa värähdellä voimakkaasti. Spektrissä esiintyy useita taajuuksia, koska torvi voi soida yhtä aikaa usealla ominaistaajuudella.

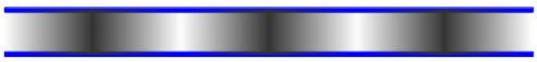
b)

Putken avoimeen päähän syntyy ääniaallon kupu (liikemaksimi, paineminimi; kuvissa vaalea alue). Jos putki on toisesta päästä suljettu, siihen päähän syntyy ääniaallon solmu (liikeminimi, painemaksimi; kuvissa tumma alue).

Molemmista päistä avoimessa putkessa putken pituus on aallonpituuden puolikkaiden monikerta. Ominaistaajuudet ovat f, $2f$, $3f$…

$\lambda = 2L$, ominaistaajuus f

$\lambda = L$, ominaistaajuus $2f$

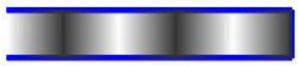


$\lambda = \frac{2}{3}L$, ominaistaajuus $3f$

Toisesta päästä suljetussa putkessa putken pituus on pariton määrä aallonpituuden neljäsosia. Ominaistaajuudet ovat f, $3f$, $5f$…

$\lambda = 4L$, ominaistaajuus f

$\lambda = \frac{4}{3}L$, ominaistaajuus $3f$



$\lambda = \frac{4}{5}L$, ominaistaajuus $5f$

Spektrin taajuudet vastaavat sarjaa f, $2f$, $3f$…, joten vuvuzela toimii kuten molemmista päistä avoin putki.

c)

Aallon etenemisnopeus on $v = \lambda f$, jossa λ on aallonpituus ja f on taajuus.

Kun torvessa resonoiva kaasu vaihdetaan ilmasta heliumiin, seisovan aallon aallonpituus pysyy samana, mutta äänen nopeus ja taajuus muuttuvat.

Matalinta taajuutta vastaava aallonpituus:

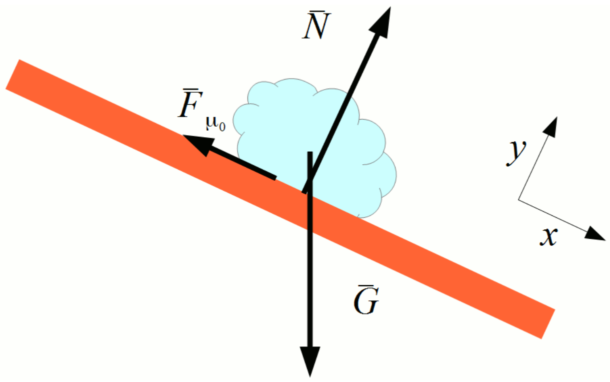
$$\lambda = \frac{v_{\mathrm{ilma}}}{f_{\mathrm{ilma}}} = \frac{v_{\mathrm{He}}}{f_{\mathrm{He}}}$$

Sijoitetaan v_{ilma} = 343 m/s, v_{He} = 965 m/s ja spektristä f_{ilma} = 236 Hz:

$$f_{\mathrm{He}} = \frac{v_{\mathrm{He}}}{v_{\mathrm{ilma}}} f_{\mathrm{ilma}} = \frac{965\ \mathrm{m/s}}{343\ \mathrm{m/s}} \cdot 236\ \mathrm{Hz} = 663{,}96501\ \mathrm{Hz} \approx 664\ \mathrm{Hz}$$

Tehtävä 5

a)



Valitaan koordinaatisto kuvan mukaisesti. Newtonin II laki tasapainossa olevalle jääpaakulle:

$$\sum \bar{F} = 0$$

Jääpaakkuun vaikuttaa täysin kehittynyt lepokitka $F_{\mu_0} = \mu_0 N$.

$$\begin{cases} \Sigma F_x = G_x - F_{\mu_0} = G \sin 25° - \mu_0 N = 0 \\ \Sigma F_y = N - G_y = N - G \cos 25° = 0 \end{cases}$$

Ratkaistaan pinnan tukivoima $N = mg \cos 25°$.

$$mg(\sin 25° - \mu_0 \cos 25°) = 0$$

Ratkaistaan lepokitkakerroin.

$$\mu_0 = \frac{\sin 25°}{\cos 25°} = \tan 25° = 0{,}466307658 \approx 0{,}47$$

b)

Katon suuntainen kokonaisvoima tekee kappaleeseen työtä, kun kappale liukuu matkan s

$$W = (\Sigma F_x)\, s = mgs(\sin 25° - \mu \cos 25°).$$

Työperiaatteen mukaan kokonaisvoiman tekemä työ on yhtä suuri kuin liike-energian muutos. Jääpaakun alkunopeus on nolla, joten

$$W = \Delta E_k = \frac{1}{2} m v^2.$$

Paakun nopeus, kun se on liukunut matkan *s*:

$$v = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{2gs(\sin 25° - \mu \cos 25°)}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 4{,}0\ \mathrm{m}\ (\sin 25° - 0{,}08 \cdot \cos 25°)} = 5{,}241843\ \mathrm{m/s} \approx 5{,}2\ \mathrm{m/s}$$

tai:

Newtonin II laki, kun jääpaakulla on kiihtyvyyttä:

$$\sum \bar{F} = m\bar{a}$$

Jääpaakkuun vaikuttavat voimat:

$$\Sigma F_y = N - G_y = N - mg\cos 25° = 0$$

$$\Sigma F_x = G_x - F_\mu = G_x - \mu N = mg(\sin 25° - \mu \cos 25°) = ma_x$$

Tästä saadaan jääpaakun kiihtyvyydeksi

$$a_x = g(\sin 25° - \mu \cos 25°).$$

Jääpaakku liukuu matkan *s* = 4,0 m. Alkunopeus on nolla ja liike on tasaisesti kiihtyvää.

$$s = \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a_x}}$$

Jääpaakun loppunopeus:

$$v = a_x t = \sqrt{2a_x s} = \sqrt{2gs(\sin 25° - \mu \cos 25°)}$$

$$= \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 4{,}0\,\mathrm{m}(\sin 25° - 0{,}08 \cdot \cos 25°)} = 5{,}241843\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 5{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Tehtävä 6

a)

m_k = 154 kg m_1 = 18 kg m_2 = 21 kg m_3 = 23 kg r_k = 1,30 m r_b = 0,30 m

Lasten ja karusellin muodostaman systeemin pyörimismäärä säilyy, koska systeemiin ei vaikuta ulkoisia momentteja. Kun lapset siirtyvät kohti keskustaa, systeemin hitausmomentti pienenee, joten kulmanopeuden täytyy kasvaa.

$$L_a = L_b$$

$$J_a\omega_a = J_b\omega_b$$

Karusellin kulmanopeus aluksi:

ω_a = 2π·(2,5 / 10) rad/s = 1,5707963 rad/s

Karusellin ja lasten hitausmomentti alussa ja lopussa:

$$J_a = ½m_k{r_k}^2 + (m_1 + m_2 + m_2){r_k}^2 = ½ \cdot 154\ \mathrm{kg} \cdot (1{,}30\ \mathrm{m})^2 + 62\ \mathrm{kg} \cdot (1{,}30\ \mathrm{m})^2 = 234{,}91\ \mathrm{kgm}^2$$

$$J_b = ½m_k{r_k}^2 + (m_1 + m_2 + m_2){r_b}^2 = ½ \cdot 154\ \mathrm{kg} \cdot (1{,}30\ \mathrm{m})^2 + 62\ \mathrm{kg} \cdot (0{,}30\ \mathrm{m})^2 = 135{,}71\ \mathrm{kgm}^2$$

Ratkaistaan karusellin kulmanopeus lopussa:

$$\omega_b = \frac{J_a}{J_b}\omega_a = \frac{234{,}91\ \mathrm{kgm}^2}{135{,}71\ \mathrm{kgm}^2} \cdot 1{,}5707963\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} = 2{,}719002\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \approx 2{,}7\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

b)

Yhteisen pyörimisliikkeen energia kasvaa.

(Perustelu: Lapset tekevät työtä siirtyessään kohti pyörimisakselia. Tämä systeemin sisäisten voimien tekemä työ kasvattaa systeemin pyörimisen energiaa.)

c)

Koska häviöt ovat pienet ja pyörimismäärä säilyy, kulmanopeus on sama kuin a-kohdan alkutilanteessa:

kulmanopeus ω_a = 1,5707963 rad/s

Jarrutuksessa karuselli kiertyy kulman $\varphi = 3{,}0 \cdot 2\pi\ \mathrm{rad}$, kunnes pysähtyy.

Pyörimisliike on tasaisesti hidastuvaa, ja kulmanopeus lopussa on 0.

Tällöin karusellin kulmakiihtyvyys on

$$\alpha = \frac{0-\omega_a}{t} = -\frac{\omega_a}{t}.$$

Tasaisen kulmakiihtyvyyden tapauksessa saadaan kiertokulman yhtälö

$$\varphi = \omega_a t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2}\omega_a t,$$

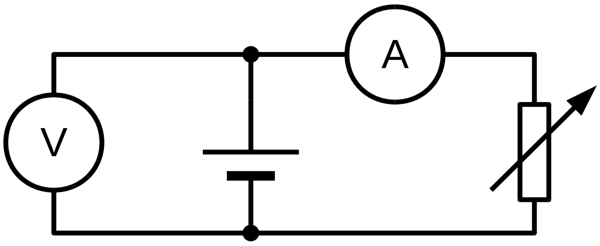
josta ratkaistaan jarrutukseen kulunut aika

$$t = \frac{2\varphi}{\omega_a} = \frac{2 \cdot 3{,}0 \cdot 2\pi\ \mathrm{rad}}{1{,}5707963\ \mathrm{rad/s}} = 24{,}000000\ \mathrm{s} \approx 24\ \mathrm{s}.$$

Jarrutus kestää 24 s.

Tehtävä 7

a)



b)

Jännitemittari mittaa pariston napajännitettä *U*. Oletetaan, että jännitemittarin kautta ei kulje virtaa, joten virtamittari mittaa pariston läpi kulkevaa virtaa *I*.

Todellinen paristo voidaan mallintaa koostuvaksi ideaalisesta paristosta, joka ei vastusta sähkövirran kulkua ja jonka jännite *E* pysyy vakiona, sekä sen kanssa sarjaan kytketystä vastuksesta, jolla on resistanssi R_s. Tällöin *E* on todellisen pariston lähdejännite ja R_s on pariston sisäinen resistanssi.

Sisäisen vastuksen aiheuttama jännitehäviö

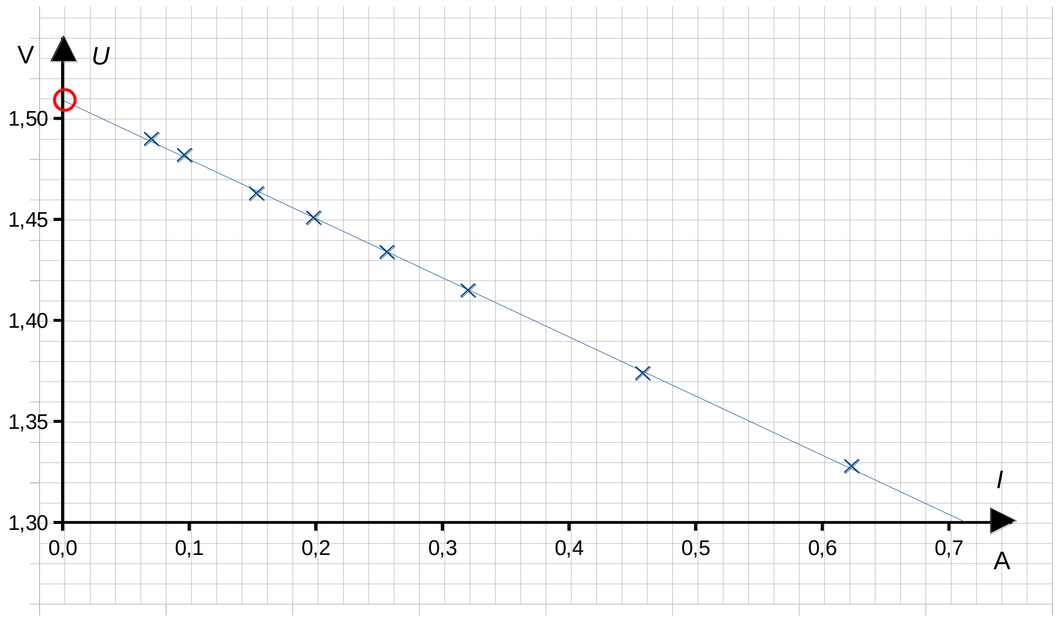
$$U_{Rs} = R_s I.$$

Napajännite on

$$U = E - U_{Rs}$$

$$U = E - R_s I$$

Piirretään mittaustuloksista jännite virran funktiona. Mallin mukaan pisteiden pitäisi asettua suoralle, jonka kulmakerroin on -R_s ja *U*-akselin leikkauspiste on *E*.



Suoransovituksesta saadaan

$$R_s = -\frac{\Delta U}{\Delta I} = -\frac{(1{,}30-1{,}51)\ \mathrm{V}}{(0{,}71-0{,}00)\ \mathrm{A}} = 0{,}2957746\ \Omega \ \approx 0{,}30\ \Omega \text{ ja}$$

E = 1,51 V.

Tehtävä 8

Koska lämmittimellä on vain resistanssia, on lämmittimen läpi kulkeva virta ennen toisen komponentin kytkemistä Ohmin lain mukaan

$$I = \frac{U}{R}$$

ja teho

$$P = UI = \frac{U^2}{R}.$$

U = 240 V $\qquad$ P = 1000 W

Lämmittimen resistanssi on

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{(240\ \mathrm{V})^2}{1000\ \mathrm{W}} = 57{,}6\ \Omega.$$

a)

Jotta lämmittimen teho olisi P_0 = 850 W, on tehollisen virran oltava

$$I = \sqrt{\frac{P_0}{R}} = \sqrt{\frac{850\ \mathrm{W}}{57{,}6\ \Omega}} = 3{,}841476857\ \mathrm{A}.$$

Jotta piirissä kulkisi tällainen tehollinen virta, on toisen vastuksen resistanssin R_0 oltava

$$R_0 = \frac{U}{I} - R = \frac{240\ \mathrm{V}}{3{,}841476857\ \mathrm{A}} - 57{,}6\ \Omega = 4{,}8759719\ \Omega \approx 4{,}9\ \Omega.$$

b)

Kun piiriin kytketään käämi, on piirin läpi kulkeva tehollinen virta

$$I = \frac{U}{Z},$$

missä

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

on piirin impedanssi. Tässä $X_L = \omega L$ on induktiivinen reaktanssi ja $\omega = 2\pi f$ kulmataajuus. Lämmitin on ainoa komponentti, jolla on resistanssia, joten sen teho on

$$P_0 = UI\cos\varphi = \frac{U^2}{Z}\frac{R}{Z}, \text{ sillä } \tan\varphi = \frac{X_L}{R},$$

josta

$$Z = \sqrt{\frac{U^2 R}{P_0}} = \sqrt{\frac{(240\ \mathrm{V})^2 \cdot 57{,}6\ \Omega}{850\ \mathrm{W}}} = 62{,}47597\ \Omega.$$

Tästä voidaan ratkaista sopiva käämin induktanssi:

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega} = \frac{\sqrt{(62{,}47597\ \Omega)^2 - (57{,}6\ \Omega)^2}}{2\pi \cdot 50\mathrm{s}^{-1}} = 0{,}07702092\ \mathrm{H} \approx 77\ \mathrm{mH}.$$

c)
Lisävastuksen tapauksessa jännitelähteen antama sähköteho on

$$P_{\mathrm{R}} = \frac{U^2}{R + R_0} = \frac{(240\ \mathrm{V})^2}{57{,}6\ \Omega + 4{,}8759719\ \Omega} = 921{,}95445\ \mathrm{W} \approx 920\ \mathrm{W}.$$

Vaihtovirtapiirissä oleva ideaalinen käämi ei kuluta tehoa, joten käämin tapauksessa jännitelähteestä otettu teho on sama kuin lämmittimen teho:

$$P_{\mathrm{L}} = 850\ \mathrm{W}$$

Tehtävä 9

a)
Ydinreaktorin sähköteho on P = 1600 MW ja hyötysuhde η = 0,32, joten reaktorin lämpöteho on

$$P_0 = \frac{P}{\eta} = \frac{1600\ \mathrm{MW}}{0{,}32} = 5000\ \mathrm{MW}.$$

Tehtävässä annetun reaktion massavaje:

$$\Delta m = m_{\mathrm{n}} + m_{\mathrm{U}} - m_{\mathrm{Nd}} - m_{\mathrm{Zr}} - 3m_{\mathrm{n}}$$

$$= 1{,}0086650\ \mathrm{u} + 235{,}043925\ \mathrm{u} - 142{,}909810\ \mathrm{u} - 89{,}904703\ \mathrm{u} - 3 \cdot 1{,}0086650\ \mathrm{u} = 0{,}212082\ \mathrm{u}$$

Yhdessä reaktiossa vapautuu energiaa

$$E = \Delta mc^2 = 0{,}212082 \cdot 149{,}24191 \frac{\mathrm{pJ}}{c^2} \cdot c^2 = 31{,}6515227566\ \mathrm{pJ}.$$

Reaktorin lämpöteho P_0 = 5000 MW = 5000 MJ/s, joten uraaniytimiä fissioituu sekunnissa

$$n = \frac{P_0}{E} = \frac{5000 \cdot 10^6\ \mathrm{J/s}}{31{,}6515227566 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{J}} = 1{,}5797028277 \cdot 10^{20} \frac{\mathrm{kpl}}{\mathrm{s}}.$$

b)
Vuoden pituus on T = 31536000 s, joten uraaniytimiä fissioituu

$$N = nT = 1{,}5797028277 \cdot 10^{20}\ \frac{\mathrm{kpl}}{\mathrm{s}} \cdot 31536000\ \mathrm{s} = 4{,}9817508 \cdot 10^{27}\ \mathrm{kpl}.$$

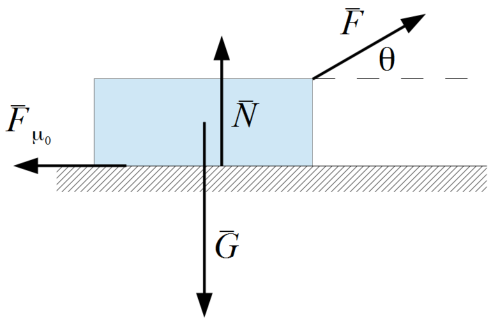
Vuodessa kuluvan ^{235}U -isotoopin massa:

$$M = Nm_{\mathrm{U}} = 4{,}9817508 \cdot 10^{27} \cdot 235{,}043925\ \mathrm{u} = 1{,}17093027 \cdot 10^{30}\ \mathrm{u} = 1944{,}38\ \mathrm{kg} \approx 1900\ \mathrm{kg}$$

Tehtävä 10

a)

Newtonin II lain mukaiset tasapainoyhtälöt x- ja y-suunnissa ovat



$$\sum \bar{F} = 0$$

$$\begin{cases} \sum F_x = F\cos\theta - F_{\mu 0} = 0 \\ \sum F_y = F\sin\theta + N - G = 0, \end{cases}$$

jossa täysin kehittynyt lepokitka on

$$F_{\mu 0} = \mu_0 N.$$

Eliminoimalla tukivoima N saadaan

$$F\cos\theta - \mu_0(G - F\sin\theta) = 0,$$

josta ratkaistaan voima, jolla lankaa on vedettävä

$$F = \frac{\mu_0 G}{\cos\theta + \mu_0 \sin\theta} = \frac{G}{\frac{\cos\theta}{\mu_0} + \sin\theta}.$$

Tämä saa pienimmän arvonsa, kun nimittäjä on suurimmillaan. Määritellään

$$f(\theta) = \frac{\cos\theta}{\mu_0} + \sin\theta,$$

ja ratkaistaan kulma, jolla funktio $f(\theta)$ saa suurimman arvonsa, kun $\mu_0 = 0{,}47$. Kulma voidaan ratkaista joko hakemalla ääriarvot derivoimalla, haarukointimenetelmällä, laskimella tai kuvaajasta. Suurimman arvonsa funktio saa kulmalla $\theta = 25{,}173525°$, joka asteen tarkkuudella ilmoitettuna on 25°.

b)

a-kohdan mukaan pienin voima, jolla lankaa on vedettävä, on

$$F = \frac{G}{\frac{\cos\theta}{\mu_0} + \sin\theta}.$$

Määritetään funktion

$$f(\theta) = \frac{\cos\theta}{\mu_0} + \sin\theta$$

ääriarvokohdat, kun 0 < θ < 90° ja μ_0 on positiivinen.

Funktion ääriarvokohdat ovat derivaatan nollakohdissa:

$$f'(\theta) = \cos\theta - \frac{\sin\theta}{\mu_0} = 0$$

Ratkaistaan θ

$$\theta = \arctan\mu_0$$

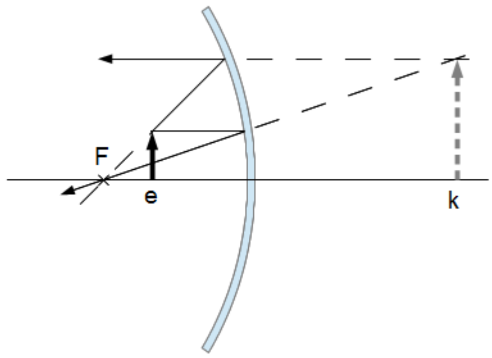
Tässä ääriarvokohdassa funktio $f(\theta)$ saa suurimman arvonsa.

Kun $\theta = \arctan\mu_0$, kappale lähtee liikkeelle pienimmällä mahdollisella voimalla.

Tehtävä 11

a)

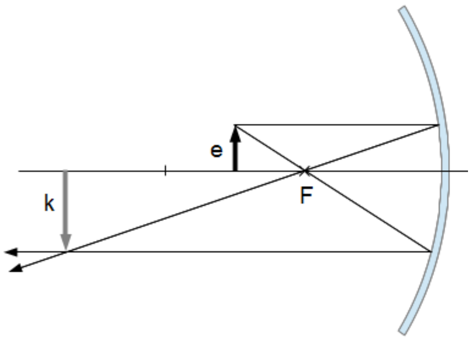
Jotta kuva olisi suurennettu, peilin pitää olla kovera. Kuvanmuodostuksen kannalta katsojan kasvot ovat esine. Kun kasvojen etäisyys peilistä on pienempi kuin peilin polttoväli, kasvojen yhdestä pisteestä lähteneet säteet heijastuvat kuvan i) esittämällä tavalla. Pääakselin suuntainen säde heijastuu polttopisteen kautta, ja säde, jonka jatke kulkee polttopisteen kautta, heijastuu pääakselin suuntaiseksi. Tällöin peili muodostaa kasvoista suurennetun, oikein päin olevan valekuvan peilin taakse. Etäisyyden peiliin pitää siis olla pienempi kuin peilin polttoväli.



i)

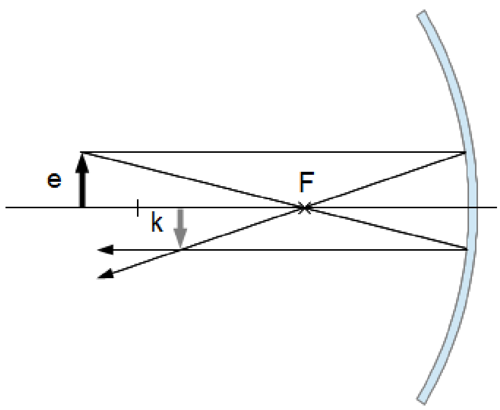
b)

Kun katsoja (ja esine) siirtyy kauemmaksi peilistä, tullaan ensin kuvan ii) tilanteeseen. Peili muodostaa todellisen ylösalaisin olevan kuvan katsojan taakse. Katsojan silmään tulee peilin kautta kasvojen pisteestä lähtenyt suppeneva kimppu valonsäteitä. Silmä ei pysty tarkentumaan suppenevaan sädekimppuun. Periaatteessa, matkimalla silmää esineen kohdalle sijoitetulla kuperalla linssillä ja varjostimella, pystyttäisiin muodostamaan terävä kuva. Mutta ihmisen silmä ei pysty tarkentumaan siten, koska silmän ei normaalisti koskaan tarvitse muodostaa kuvaa suppenevasta sädekimpusta. Tästä syystä kuvan ii) tilanteessa silmän verkkokalvolle muodostuu epäterävä kuva.



ii)

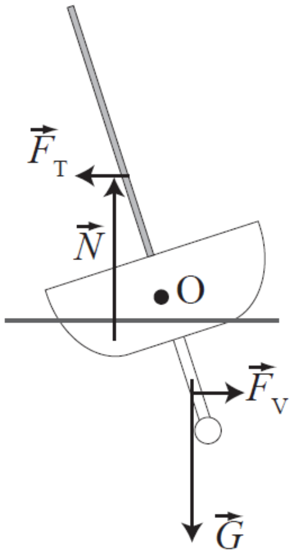
Kun katsoja siirtyy yli kaksinkertaisen polttovälin etäisyydelle peilistä, kuvanmuodostus tapahtuu kuvan iii) mukaisesti. Esineestä syntyy todellinen kuva katsojan eteen. Tämä kuva on silmän kannalta kuin esine, joten silmä muodostaa siitä terävän ylösalaisin olevan kuvan verkkokalvolle.



iii)

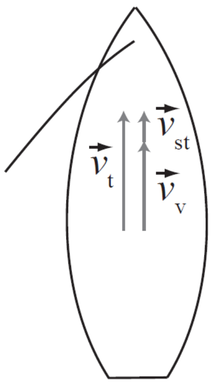
Tehtävä +12

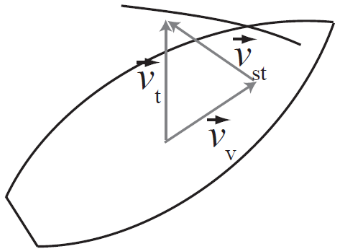
a) G = purjeveneen paino
N = syrjäytetyn veden noste
F_T = tuulen purjeeseen kohdistaman voiman sivuttais-suuntainen komponentti
F_V = dynaaminen veden aiheuttama vaakasuora tukivoima



Purjevene kallistuu, kun voima, jolla tuuli vaikuttaa purjeeseen, aiheuttaa veneeseen momentin veneen keskiakselin O suhteen. Mitä enemmän vene kallistuu, sitä pienemmäksi muuttuu tuulta vastaan kohtisuora purjepinta-ala, ja samalla myös voiman F_T momentti pienenee. Myös voima F_V ja sen aiheuttama momentti pienenevät veneen kallistuessa. Venettä oikaiseva momentti akselin O suhteen kasvaa, koska nosteen N ja veneen painon G vaikutuspisteiden etäisyydet veneen keskiakselista kasvavat. Eli mitä enemmän vene kallistuu, sitä suuremmiksi tulevat venettä oikaisevat momentit. Näin ollen kölillinen purjevene ei voi mennä nurin pelkästään tuulen voimasta.

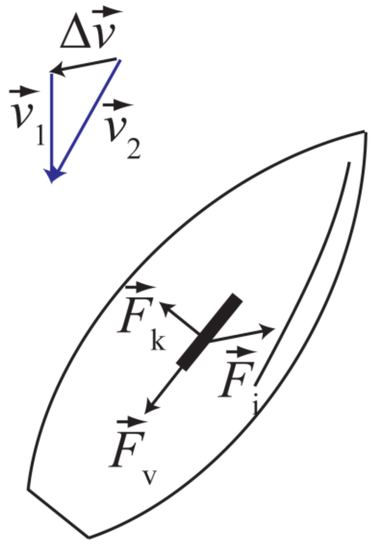
b) v_t = tuulen nopeus suhteessa maahan
v_v = veneen nopeus suhteessa maahan
v_{st} = tuulen suhteellinen nopeus veneeseen





Kun tuuli tulee suoraan veneen takaa, voi purjevene enimmillään purjehtia tuulen nopeudella, eli kunnes veneessä mitattu suhteellinen tuulen nopeus v_{st} on nolla. Käytännössä purjevene ei koskaan voi saavuttaa tätä nopeutta, koska ennen kaikkea vedestä johtuva vastusvoima jarruttaa veneen etenemistä tehokkaasti. Sen sijaan purjeveneen kääntyessä pois myötätuulesta suhteellinen tuuli kasvaa ja kääntyy, kuten vektorikolmiosta näkyy. Tällöin purjevene voi edetä jopa tuulta nopeammin.

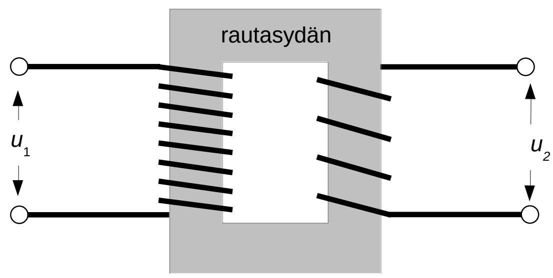
c) F_i = voima, jolla tuuli vaikuttaa purjeeseen
F_k = voima, jolla vesi vaikuttaa köliin
F_v = liikevastusvoima



Vinosti vastatuuleen etenevän purjeveneen purjeet kääntävät purjeisiin osuvan ilmavirran suunnan, mikä näkyy annetusta vektorikuviosta. Purjeet vaikuttavat ilmavirtaan voimalla, joka Newtonin II lain mukaan vaikuttaa ilmavirran nopeuden muutosvektorin suuntaan. Newtonin III lain mukaan ilmavirta vaikuttaa purjeisiin, eli purjeveneeseen, yhtä suurella mutta vastakkaissuuntaisella voimalla F_i. Tämä voima suuntautuu viistosti eteenpäin veneen kulkusuuntaan nähden. Vesi vaikuttaa köliin voimalla F_k, joka suuntautuu likimain kohtisuoraan veneen kulkusuuntaan nähden, ja tämä voima estää venettä ”sortumasta”. Vakionopeudella kulkevan, voimien suhteen tasapainossa olevan purjeveneen voimakuvioon kuuluu vielä vastusvoimista johtuva jarruttava voima F_v.

Tehtävä +13

a) Muuntajaa käytetään vaihtovirtalähteen napajännitteen muuntamiseen suuremmaksi tai pienemmäksi. Muuntajassa on kaksi käämiä, joilla on yhteinen rautasydän. Rautasydämessä oleva vaihtuva magneettivuo $\Phi = \Phi(t)$ on yhteinen muuntajan kummallekin käämille. Toisiokäämiin indusoituu induktiolain mukaisesti jännite, jolloin jännitteet muuntajan ensiö- ja toisiokäämissä ovat



$$e_1 = -N_1 \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \text{ ja } e_2 = -N_2 \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t},$$

missä N_1 ja N_2 ovat johdinkierrosten lukumäärät ensiö- ja toisiokäämissä. Kun käämien resistanssit ovat pienet (ideaalinen muuntaja), ensiö- ja toisiokäämien päiden väliset jännitteet ovat $u_1 = e_1$ ja $u_2 = e_2$, ja muuntajan muuntosuhteeksi saadaan

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2}.$$

b) Muuntajien tehonhukka aiheutuu johdinten resistansseista, rautasydämeen indusoituvista pyörrevirroista ja raudan magnetoitumisen jatkuvasta vaihtelusta. Kaikki nämä aiheuttavat muuntajan lämpenemistä.

c) Sähkövirta antaa mahdollisuuden energiansiirtoon. Energiansiirron hukkateho kasvaa ja hyötysuhde pienenee voimakkaasti sähkövirran kasvaessa: $P = IU = I^2R$. Mitä pidempi matka on voimalaitoksen ja kuluttajan välillä, sitä enemmän tehoa kuluu hukkaan johtimissa. Tärkeimmäksi hukkatehoksi muodostuu yleensä siirtojohtimien resistanssista aiheutuva tehonkulutus. Kannattaisi käyttää mahdollisimman suuria napajännitteitä, ellei tämä toisi mukanaan suuria turvallisuusriskejä kuluttajapäässä. Muuntaja tarjoaa ratkaisun ongelmaan: Muuntajien avulla korkeajännite voidaan laskea kuluttajapäässä turvallisemmalle tasolle.

d) Ensiö- ja toisiopuolen tehot P_1 ja P_2 ovat yleensä likimain yhtä suuret, eli $P_1 = U_1I_1 = U_2I_2 = P_2$. Muuntajan hyötysuhde on $\eta = P_{\text{anto}}:P_{\text{otto}}$, missä P_{anto} on toisiopuolen antama teho ja P_{otto} ensiöpuolen ottama teho.

Siirtolinjaan tarvitaan meno- ja paluujohdin, eli kaksi 75 km:n pituista johdinta, joiden kokonaisresistanssi on $R = l \cdot \rho_l$ = 150 km · 0,065 Ω/km = 9,75 Ω .

Annetuilla arvoilla saadaan

$$I = \frac{P}{U}$$

1) $I = \frac{15\ \text{kW}}{21\ \text{kV}} = 0{,}71\ \text{A}$

2) $I = \frac{15\ \text{kW}}{0{,}400\ \text{kV}} = 37{,}5\ \text{A}$

Siirtojohtimien resistanssista aiheutuu Joulen lain mukaan hukkateho $P_R = I \cdot U$

1) $P_\text{R} = I^2R = (0{,}71\ \text{A})^2 \cdot 9{,}75\ \Omega = 4{,}9\ \text{W}$

2) $P_\text{R} = I^2R = (37{,}5\ \text{A})^2 \cdot 9{,}75\ \Omega = 13{,}7\ \text{kW}$

Hyötysuhteiksi saadaan

1) $\eta = \frac{P_\text{T}}{P_\text{G}} = \left(1 + \frac{P_\text{R}}{P_\text{T}}\right)^{-1} = \left(1 + \frac{4{,}9\ \text{W}}{15000\ \text{W}}\right)^{-1} = 0{,}99967 \approx 99{,}97\ \%$

2) $\eta = \frac{P_\text{T}}{P_\text{G}} = \left(1 + \frac{P_\text{R}}{P_\text{T}}\right)^{-1} = \left(1 + \frac{13{,}7\ \text{kW}}{15\ \text{kW}}\right)^{-1} = 0{,}523 \approx 52\ \%$