# FYSIIKAN KOE 16.9.2013 HYVÄN VASTAUKSEN PIIRTEITÄ

Alla oleva vastausten piirteiden ja sisältöjen luonnehdinta ei sido ylioppilastutkintolautakunnan arvostelua. Lopullisessa arvostelussa käytettävistä kriteereistä päättää tutkintoaineen sensorikunta.

Fysiikan tehtävä vaatii aina perustellun vastauksen, ellei tehtävänannossa ole toisin mainittu. Kypsyyttä osoittava vastaus on jäsennelty ja asiasisällöltään johdonmukainen. Suorituksesta tulee ilmetä, miten vastaukseen on päädytty. Tilannekuviot, voimakuviot, kytkentäkaaviot, graafiset esitykset ovat usein suotavia, toisinaan välttämättömiä. Esimerkiksi voimakuviot ovat usein oleellinen osa ratkaisun perustelua. Voimakuvioiden ja graafisten esitysten pitää olla selkeitä ja yleisten standardien mukaisia sekä fysikaalista tilannetta kuvaavia. Matemaattista käsittelyä edellyttävissä tehtävissä suureyhtälöt ja kaavat on perusteltava tavalla, joka osoittaa kokelaan hahmottaneen tilanteen. Täydellisessä ratkaisussa sovelletaan asianmukaista periaatetta tai lakia. Ratkaisussa on myös oltava tarvittavat laskut sekä muut riittävät perustelut ja lopputulos.

Asiatekstin tuottamista edellyttävissä vastauksissa kiinnitetään huomiota mm. seuraaviin seikkoihin:

– tietojen yhdistely ja opitun soveltaminen
– vastauksen jäsentely
– fysikaalisen tilanteen tarkastelu
– ilmiön tunnistaminen
– tarpeellisten kuvioiden piirtäminen
– ilmiötä kuvaavat suureet ja lait
– malli ja sen soveltamisedellytykset
– lakeja vastaavat suureyhtälöt yleisessä ja mallin edellyttämässä erityismuodossa.

Laskemista edellyttävissä osioissa pyritään suureyhtälömuotoiseen ratkaisuun, jonka jälkeen tehdään lukuarvosijoitukset yksikköineen. Tuloksen tarkastelussa kiinnitetään huomiota tuloksen järkevyyteen ja tuloksen ilmoitustarkkuuteen.

Tehtävien ratkaisemisessa pelkkä laskimella saatu vastaus ei riitä. Laskimesta saatu tulos riittää laajempien tehtävien rutiiniosissa. Jos laskinta käytetään esim. yhtälöiden ratkaisemiseen, lausekkeiden muokkaamiseen, suoran sovittamiseen, funktioiden derivointiin tai integrointiin, tämän on käytävä ilmi suorituksesta. Laskin on kokeen apuväline, jonka rooli arvioidaan tehtäväkohtaisesti.

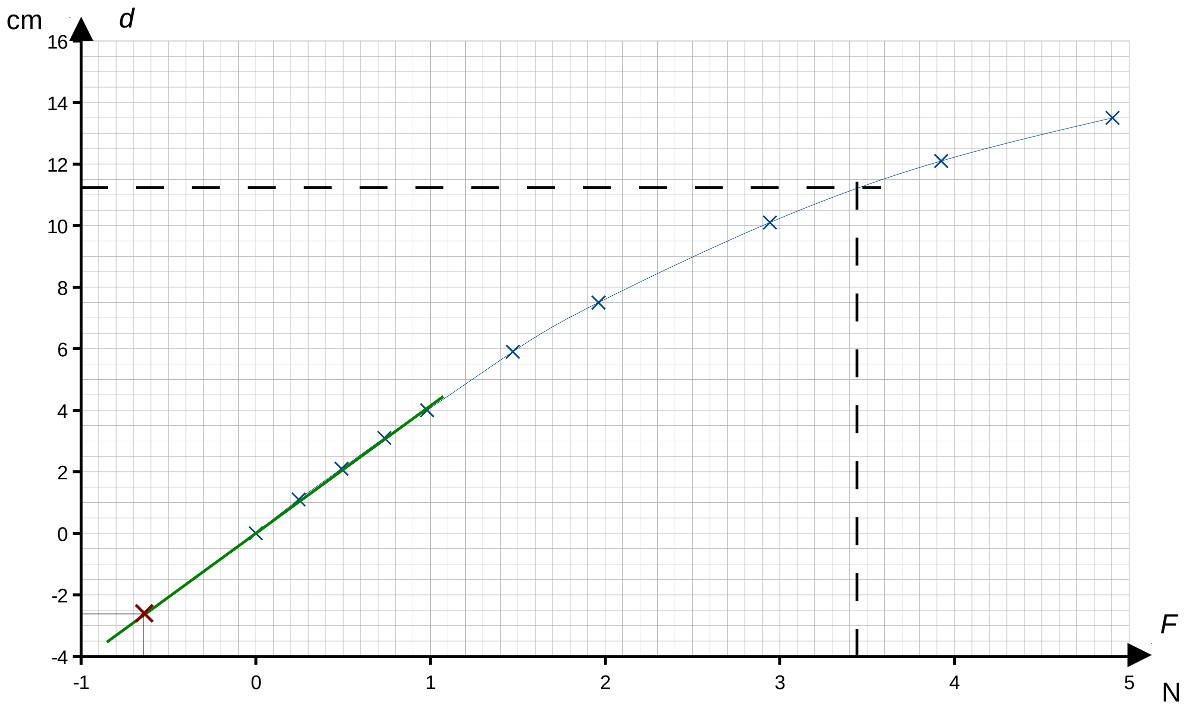
**Tehtävä 1**

| | skalaarisuure | vektorisuure | ei suure |
|---|---|---|---|
| aika | X | | |
| massa | X | | |
| gravitaatio | | | X |
| nopeus | | X | |
| liikemäärä | | X | |
| liike-energia | X | | |

**Tehtävä 2**

**a)** Kuormittava voima *F* on itseisarvoltaan yhtä suuri kuin punnuksen paino, *F = mg*. Lasketaan *F* annetun taulukon mukaan.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *m* (g) | 0 | 25 | 50 | 75 | 100 | 150 | 200 | 300 | 400 | 500 |
| *d* (cm) | 0 | 1,1 | 2,1 | 3,1 | 4,0 | 5,9 | 7,5 | 10,1 | 12,1 | 13,5 |
| *F* (N) | 0 | 0,25 | 0,49 | 0,74 | 0,98 | 1,47 | 1,96 | 2,94 | 3,92 | 4,91 |




**b)** $F = mg = 0{,}350\ \text{kg} \cdot 9{,}81 \text{m/s}^2 = 3{,}43\ \text{N}.$
Kuvaajasta saadaan *d* = 11,2 cm.

**c)** $F = -mg = -0{,}065\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 = -0{,}638\ \text{N}.$
Kun viivoitinta kuormitetaan pienillä punnuksilla, taipuma on verrannollinen kuormittavaan voimaan. Sovitetaan pisteisiin suora, ja ekstrapoloidaan se ylöspäin taivuttavaan voimaan asti. Kuvaajasta luetaan *d* = –2,6 cm.

**Tehtävä 3**

**a)** Voima, joka antaa lentokoneelle kiihtyvyyden, on vakio, joten kiihtyvyys on tasaista. Newtonin II laki: $\sum \bar{F} = \bar{F} = m\bar{a}$

$$a = \frac{F}{m} \qquad\qquad t = \frac{v}{a}$$

Matka tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä, kun alkunopeus on nolla:

$$s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{a} = \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2 m}{F}$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(280 \cdot \frac{1000\ \mathrm{m}}{3600\ \mathrm{s}}\right)^2 \cdot 560000\ \mathrm{kg}}{4 \cdot 310000\ \mathrm{kg \cdot m \cdot s^2}} = 1366\ \mathrm{m}\ \approx 1400\ \mathrm{m}$$

Kiitoradan on oltava vähintään 1 400 m pitkä, jotta lentokone voisi saavuttaa nousuun tarvittavan nopeuden.

**b)** Lähtökiidon aikana koneeseen vaikuttavat ilmanvastus ja vierintävastus. Vierintävastus on kiihdytyksen alussa merkittävin liikevastusvoima. Ilmanvastus on liikkeelle lähdettäessä hyvin pieni, mutta se on suurilla nopeuksilla, kuten juuri ennen ilmaan nousua, merkittävä. Liikevastusvoimien takia tarvitaan a-kohdan ideaalitilannetta pidempi kiitotie. Ne vaikuttavat työntövoimaan nähden vastakkaiseen suuntaan ja siten pienentävät koneeseen vaikuttavaa kokonaisvoimaa ja näin ollen koneen kiihtyvyyttä.

**Tehtävä 4**

Perinteisellä teräsmittanauhalla ja optisella mittauksella tehtyjen mittausten ero oli tasan 1 cm = 10 mm.

Teräsmitalla on saatu heitolle suurempi pituus kuin optisella mittauksella. Lämpötila ei vaikuta optiseen mittaukseen, mutta teräsmitta lyhenee lämpötilan laskiessa, jolloin sillä mitattu pituuslukema suurenee.

Teräksen pituuden lämpölaajenemiskerroin on $\gamma = 12 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$.

Suurin mahdollinen lämpötilan poikkeama mitan kalibrointilämpötilasta on $\Delta T = (15 - 20)°\mathrm{C} = -5\ \mathrm{K}$ .

Mittausmatkan pituisen teräsnauhan suurin mahdollinen pituuden muutos on
$\Delta L = L\Delta T\gamma = 77{,}13\ \mathrm{m}\ \cdot (-5\ \mathrm{K}) \cdot 12 \cdot 10^{-6}\mathrm{K}^{-1} = -0{,}0046278\ \mathrm{m}\ \approx -5\ \mathrm{mm}.$
Alemmassa lämpötilassa teräsmitalla mitattu heiton pituus olisi 5 mm liian suuri.
Koska ero mittaustuloksissa oli tasan 10 mm, lämpötila ei voi olla ainoa syy mittaustulosten eroon.

**Tehtävä 5**

a- ja b-kohdissa jousessa on seisova aaltoliike.

**a)** Jousen pituus $L = \frac{\lambda_a}{2}$, jossa $\lambda_a$ on aallonpituus:
$\lambda_a = 2L = 2 \cdot 4{,}2\ \mathrm{m} = 8{,}4\ \mathrm{m}$ .
Jaksonaika on yhteen edestakaiseen heilahdukseen kuluva aika: $T_a = \frac{15\ \mathrm{s}}{10} = 1{,}5\ \mathrm{s}$
Taajuus $f_a = \frac{1}{T} = \frac{1}{1{,}5\ s} \approx 0{,}67\ \mathrm{Hz}$

**b)** Kuvan jousessa on viisi kupua, joten $L = \frac{5}{2}\lambda_b = 2{,}5 \cdot \lambda_b$.
Aallonpituus $\lambda_b = \frac{4{,}2\ \mathrm{m}}{2{,}5} = 1{,}68\ \mathrm{m} \approx 1{,}7\ \mathrm{m}$
Aaltoliikkeen nopeus jousessa ei riipu aallonpituudesta.
Aaltoliikkeen nopeus saadaan a-kohdan tiedoista:
$v = f_a\lambda_a = 0{,}6666667\ 1/\mathrm{s}\ \cdot 8{,}4\ \mathrm{m} = 5{,}6\ \mathrm{m/s}$
Jaksonaika $T_b = \frac{\lambda_b}{v} = \frac{1{,}68\ \mathrm{m}}{5{,}6\ \mathrm{m/s}}$ = 0,30 s
Taajuus $f_b = \frac{1}{T_b} = \frac{1}{0{,}30\ \mathrm{s}} \approx 3{,}3\ \mathrm{Hz}$

**c)** Pulssin etenemisnopeus jousessa on sama kuin aaltoliikkeen nopeus.
Pulssi kulkee matkan $s = 2 \cdot 4{,}2$ m = 8,4 m.
Pulssin kulku edestakaisin kestää $t = \frac{s}{v} = \frac{8{,}4\ \mathrm{m}}{5{,}6\ \mathrm{m/s}} = 1{,}5$ s.

**Tehtävä 6**

Merkittäviä vastusvoimia ei ole, joten mekaaninen energia säilyy.

$$\Delta E_p + \Delta E_k + \Delta E_r = 0,$$

missä
$\Delta E_p$ on potentiaalienergian muutos,
$\Delta E_k$ on etenemisliikkeen energian muutos ja
$\Delta E_r$ on pyörimisenergian muutos.

$$\Delta E_k + \Delta E_r = -\Delta E_p$$

Alussa $E_k = 0$, $E_r = 0$; $-\Delta E_p = -mg(-h)$

$$½mv^2 + ½J\omega^2 = mgh$$

Käytetään vierimisehtoa $\omega = \frac{v}{r}$:

$$mv^2 + J\frac{v^2}{r^2} = 2mgh$$

$$v^2\left(m + \frac{J}{r^2}\right) = 2mgh$$

Ratkaistaan kullekin kappaleelle nopeus tason alareunan kohdalla.
Rengas: hitausmomentti $J = mr^2$

$$v^2\left(m + \frac{mr^2}{r^2}\right) = 2mgh$$

$$2v^2 = 2gh$$

$$v = \sqrt{gh}$$

Kiekko: hitausmomentti $J = ½mr^2$

$$v^2\left(m + \frac{mr^2}{2r^2}\right) = 2mgh$$

$$\frac{3}{2}v^2 = 2gh$$

$$v = \sqrt{\frac{4}{3}gh} \approx 1{,}15\sqrt{gh}$$

Pallo: hitausmomentti $J = \frac{2}{5}mr^2$

$$v^2\left(m + \frac{2mr^2}{5r^2}\right) = 2mgh$$

$$\frac{7}{5}v^2 = 2gh$$

$$v = \sqrt{\frac{10}{7}gh} \approx 1{,}19\sqrt{gh}$$

Kappaleisiin vaikuttavat voimat (painovoima, tukivoima, kitka) ovat vakioita, joten kappaleiden kiihtyvyydet ovat vakioita.
Tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä matka $s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}at \cdot t = \frac{1}{2}vt$,
jossa *a* on kiihtyvyys ja *v* on loppunopeus.
Kaikilla kappaleilla on sama matka *s* (tason pituus).
$t = \frac{2s}{v}$, joten lyhin matka-aika on kappaleella, jonka loppunopeus on suurin.
Tason alareunan saavuttaa ensin pallo, sitten kiekko ja viimeisenä rengas.

**Tehtävä 7**

**a)** Sähköteho *P* = *UI*, joten $I = \frac{P}{U}$
Lämmittimessä A kulkeva virta: $I = \frac{2000\text{ W}}{230\text{ V}} = 8{,}695652 \approx 8{,}7\text{ A}$
Lämmittimessä B kulkeva virta: $I = \frac{2000\text{ W}}{110\text{ V}} = 18{,}181818 \approx 18{,}2\text{ A}$
Sulakkeiden pitää kestää vähintään näin suuret virrat.
Lämmittimelle A täytyy valita vähintään 10 A:n sulake ja lämmittimelle B täytyy valita vähintään 20 A:n sulake.

**b)** Ohmin lain mukaan $I = \frac{U}{R}$, joten $P = UI = \frac{U^2}{R}$
Lämmittimen resistanssi $R = \frac{U^2}{P}$

$R_A = \frac{(230\text{ V})^2}{2000\text{ W}} = 26{,}45\ \Omega$ $\qquad$ $R_B = \frac{(110\text{ V})^2}{2000\text{ W}} = 6{,}05\ \Omega$

Lämmittimen A teho USA:n sähköverkossa: $P_A = \frac{(110\text{ V})^2}{26{,}45\ \Omega} = 457{,}4669\text{ W} \approx 0{,}46\text{ kW}$

Lämmittimen B teho Suomen sähköverkossa: $P_B = \frac{(230\text{ V})^2}{6{,}05\ \Omega} = 8743{,}8017\text{ W} \approx 8{,}7\text{ kW}$

**c)** Vaaratilanne syntyy, jos laite toimii suunniteltua suuremmalla teholla. Tällöin laite ylikuumenee ja aiheuttaa palovamma- ja tulipalovaaran.
Laitteen sähköeristeet ja eristevälit on suunniteltu tietylle maksimijännitteelle. Jos laitetta käytetään suunniteltua suuremmalla jännitteellä, aiheutuu sähköiskuvaara riittämättömän eristyksen vuoksi.

Lämmitin A USA:n verkossa ei aiheuta vaaraa.

Lämmitin B Suomen verkossa toimii suunniteltua suuremmalla teholla, mikä aiheuttaa palovamma- ja tulipalovaaran. Lisäksi laite toimii suunniteltua suuremmalla jännitteellä, mistä aiheutuu sähköiskuvaara.

**Tehtävä 8**

Induktiolain mukaan virtasilmukkaan indusoituu jännite, jos silmukan läpi kulkeva magneettivuo $\Phi = AB$ muuttuu. Tehtävän tapauksessa magneettivuo muuttuu, kun silmukka menee magneettikenttään ja kun silmukka poistuu magneettikentästä. Kun silmukka on magneettikentässä kokonaan, induktiojännitettä ei synny. Tällöin virta silmukassa on nolla.

Silmukka liikkuu kohtisuorassa magneettikenttää vastaan. Magneettivuon tiheys *B* on vakio. Induktiojännitteen suuruus saadaan induktiolaista.

$$u = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -B\frac{\Delta A}{\Delta t}$$

Virtasilmukassa kiertävän sähkövirran suuruus on suoraan verrannollinen induktiojännitteeseen ja kääntäen verrannollinen virtasilmukan resistanssiin *R*. Resistanssin oletetaan olevan vakio.

$$I = \frac{|u|}{R} = \frac{B}{R}\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{B}{R}\frac{dA}{dt}$$

Koska *B* ja *R* ovat vakioita, virtasilmukassa kiertävän virran suuruus on verrannollinen pinta-alan muutosnopeuteen $\frac{dA}{dt}$.

**1)** Virta silloin, kun neliön muotoinen silmukka 1 tulee magneettikenttään:

$$I = \frac{B}{R}\frac{d(vta)}{dt} = \frac{Bav}{R},$$

missä *a* on silmukan sivun pituus, *v* sen nopeus ja *t* aika. Pinta-alan muutosnopeus on vakio ja silmukan virta sen tullessa kenttään on siten myös vakio. Kun silmukka tulee ulos magneettikentästä, saadaan vastaavalla tavalla:

$$I = \frac{B}{R}\frac{d(a^2 - vta)}{dt} = -\frac{Bav}{R},$$

eli virta muuttaa suuntaansa. Silmukan ollessa kokonaan magneettikentässä, sen pinta-alan muutosnopeus on nolla ja virta on siksi nolla. Virtakuvaaja a vastaa siten virtasilmukkaa 1.

**2)** Virta, kun kolmionmuotoinen silmukka 2 menee magneettikenttään:

$$I = \frac{B}{R}\frac{d}{dt}\frac{v^2t^2}{2} = \frac{Bv^2t}{R},$$

eli pinta-alan muutosnopeus kasvaa lineaarisesti ja virta kasvaa myös lineaarisesti. Kun virtasilmukka tulee ulos magneettikentästä, saadaan vastaavalla tavalla:

$$I = \frac{B}{R}\frac{d}{dt}\left(\frac{a^2}{2} - \frac{v^2t^2}{2}\right) = -\frac{Bv^2t}{R}.$$

Virran suunta muuttuu. Kun silmukka on kokonaan magneettikentässä, sen pinta-alan muutosnopeus on nolla ja virta on siksi nolla. Virtakuvaaja d vastaa siten virtasilmukkaa 2.

**3)** Kun neliö 3, joka on käännetty 45°, tulee magneettikenttään, silmukan virraksi saadaan aluksi:

$$I_1 = \frac{B}{R}\frac{d}{dt}v^2t^2 = \frac{2Bv^2t}{R},$$

eli pinta-alan muutosnopeus ja virta kasvavat lineaarisesti. Tämä pätee siihen saakka, kunnes puolet silmukasta on tullut magneettikenttään. Tästä eteenpäin magneettivuo jatkaa kasvamistaan, mutta pinta-alan muutosnopeus pienenee. Tällöin virraksi saadaan:

$$I_2 = \frac{B}{R}\frac{d}{dt}\left(\frac{a^2}{2} + \sqrt{2}avt - v^2t^2\right) = \frac{B}{R}\left(\sqrt{2}av - v^2t\right),$$

eli virta pienenee lineaarisesti huippuarvostaan. Kun silmukka on kokonaan magneettikentässä, virta on nolla. Kun silmukka tulee ulos kentästä, virran suunta muuttuu. Virtakuvaaja f vastaa siten virtasilmukkaa 3.

### Tehtävä 9

**a)** Aktiivisuus on $A = \lambda N = \frac{\ln 2}{T_{½}} \cdot N$

$T_{1/2}$ on puoliintumisaika ja nuklidien lukumäärä $N = \frac{m}{M} \cdot N_A$, missä

*m* = massa,

*M* = atomin massaluku ja

$N_A = 6{,}0221367 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{\text{mol}}$ on Avogadron luku.

350 t uraania sisältää 0,9927·350 t = 347,445 t isotooppia ${}^{238}_{92}\text{U}$.

${}^{238}_{92}\text{U}$:n puoliintumisaika $T_{1/2}(\text{U}) = 4{,}468 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600\ \text{s} = 1{,}40902848 \cdot 10^{17}\ \text{s}$

Uraanin aktiivisuus on

$$\text{A}_\text{U} = \frac{\ln 2 \cdot 3{,}47445 \cdot 10^8\ \text{g}}{1{,}40902848 \cdot 10^{17}\ \text{s} \cdot 238{,}050784\ \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 6{,}0221367 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{\text{mol}}$$

$$= 4{,}3238712 \cdot 10^{12}\ \text{s}^{-1} \approx 4{,}32\ \text{TBq}.$$

**b)** Radiumin aktiivisuus on sama kuin uraanin eli $A_{Ra} = A_U$, josta saadaan

$$\lambda_{\mathrm{Ra}} N_{\mathrm{Ra}} = \lambda_{\mathrm{Ra}} \cdot \frac{m_{\mathrm{Ra}}}{M_{\mathrm{Ra}}} \cdot N_{\mathrm{A}} = \frac{\ln 2}{T_{½}(\mathrm{Ra})} \cdot \frac{m_{\mathrm{Ra}}}{M_{\mathrm{Ra}}} \cdot N_{\mathrm{A}} = \lambda_{\mathrm{U}} N_{\mathrm{U}}$$

Radiumin määräksi yhdessä autokuormassa malmia (168 t) saadaan

$$m_{\mathrm{Ra}} = \frac{M_{\mathrm{Ra}} \lambda_{\mathrm{U}} N_{\mathrm{U}} T_{½}(\mathrm{Ra})}{\ln 2 \cdot N_{\mathrm{A}}} = m_{\mathrm{U}} \cdot \frac{M_{\mathrm{Ra}}\, T_{½}(\mathrm{Ra})}{M_{\mathrm{U}} \cdot T_{½}(\mathrm{U})}$$

$$= 1{,}8 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}9927 \cdot 1{,}68 \cdot 10^{5}\ \mathrm{kg} \cdot \frac{226{,}025402\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}} \cdot 1600\ \mathrm{a}}{238{,}050784\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}} \cdot\ 4{,}468 \cdot 10^{9}\ \mathrm{a}}$$

$$= 1{,}0206909 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{kg}\ \approx\ 1{,}0\ \mathrm{mg}.$$

**Tehtävä 10**

**a)** Kohdeatomi saa suurimman nopeuden, kun neutroni siroaa takaisin tulosuuntaansa. Tämän vuoksi neutronin ja atomin törmäys voidaan käsitellä yksiulotteisena. Törmäyksessä kappaleiden välillä vaikuttaa vain sisäisiä voimia, joten systeemin liikemäärä säilyy:

$$p_{n,1} = p_{a,2} + p_{n,2}$$

eli

$$mv_1 = Mu + mv_2$$

missä $v_1$ on neutronin nopeus ennen törmäystä, $v_2$ on neutronin nopeus törmäyksen jälkeen ja $u$ on atomin nopeus. Tämän lisäksi törmäys on kimmoinen, joten hiukkasten liike-energia säilyy:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}Mu^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

Liike-energian ja liikemäärän säilymisyhtälöistä saadaan ratkaistua kohdeatomin nopeus joko laskinta käyttäen tai välivaiheiden avulla.

$$u = \frac{2mv_1}{m+M}$$

Kun merkitään $v_1 = v$, saadaan

$$u = \frac{2mv}{m+M}.$$

**b)** Neutronipommituskokeissa mitatut ytimien nopeudet:

$$u_{\mathrm{H}} = 3{,}3 \cdot 10^{7}\ \mathrm{m/s}$$
$$u_{\mathrm{N}} = 4{,}7 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m/s}$$

Kun sijoitetaan molemmat mittaustulokset a-kohdan tulokseen ja jaetaan yhtälöt puolittain, saadaan neutronin nopeus ennen törmäystä eliminoitua:

$$\frac{u_\mathrm{H}}{u_\mathrm{N}} = \frac{\frac{\cancel{2mv}}{m+M_H}}{\frac{\cancel{2mv}}{m+M_N}} = \frac{m + M_\mathrm{N}}{m + M_\mathrm{H}},$$

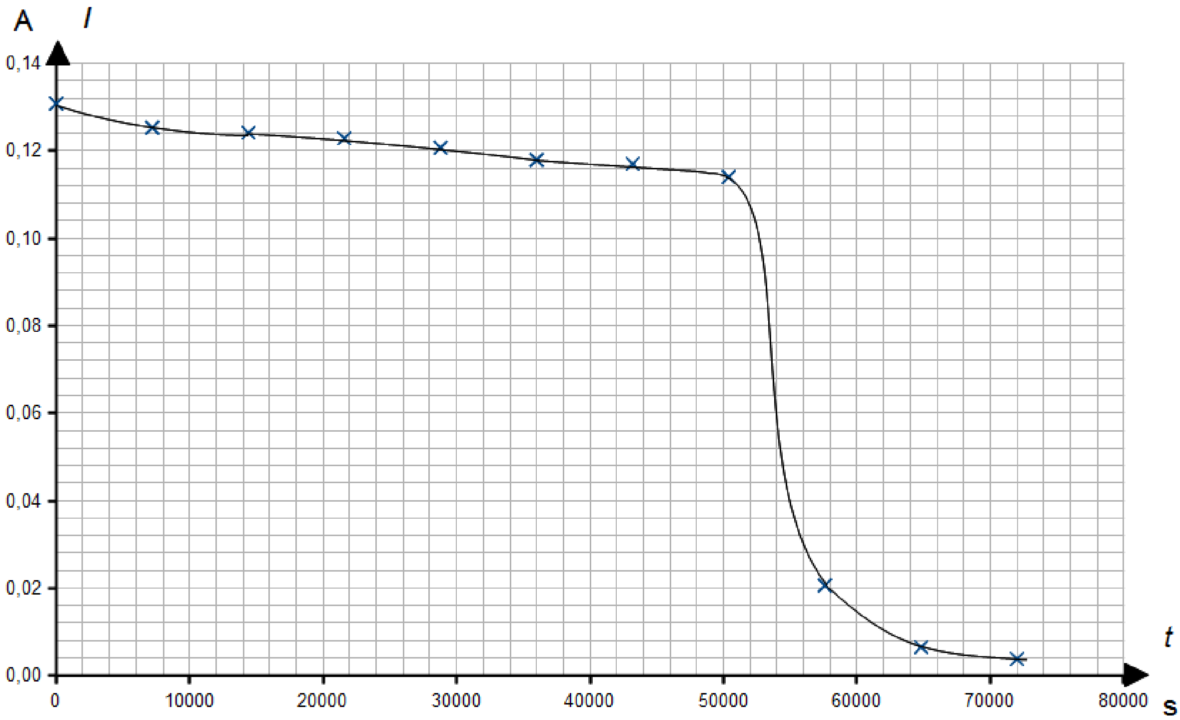
josta edelleen voidaan ratkaista neutronin massa:

$$m = \frac{M_\mathrm{N} - \frac{u_\mathrm{H}}{u_\mathrm{N}} M_\mathrm{H}}{\frac{u_\mathrm{H}}{u_\mathrm{N}} - 1} = \frac{14{,}01\ \mathrm{u} - \frac{3{,}3\cdot 10^7\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{4{,}7\cdot 10^6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \cdot 1{,}008\ \mathrm{u}}{\frac{3{,}3\cdot 10^7\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{4{,}7\cdot 10^6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} - 1} = 1{,}1513428\ \mathrm{u} \approx 1{,}2\ \mathrm{u}$$

**Tehtävä 11**

**a)** Sähkövirta $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$, joten sähkövirran kuljettama varaus $\Delta Q = I\Delta t$.
Mitattu akun jännite on myös vastuksen napajännite. Ohmin lain mukaan *I* = *U*/*R*, missä R=10,0 Ω. Lasketaan virran arvot, piirretään virran kuvaaja.

| *t* (h) | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *t* (s) | 0 | 7200 | 14400 | 21600 | 28800 | 36000 | 43200 | 50400 | 57600 | 64800 | 72000 |
| *U* (V) | 1,308 | 1,253 | 1,241 | 1,228 | 1,207 | 1,179 | 1,170 | 1,140 | 0,206 | 0,065 | 0,038 |
| *I* (A) | 0,1308 | 0,1253 | 0,1241 | 0,1228 | 0,1207 | 0,1179 | 0,117 | 0,114 | 0,0206 | 0,0065 | 0,0038 |




Siirtynyt kokonaisvaraus $\Delta Q = I\Delta t$ on kuvaajan *I*(t) ja *t*-akselin väliin jäävä fysikaalinen pinta-ala eli $Q = \int_0^t I\,dt$.
Integroidaan graafisesti tai laskimella aikavälillä 0 – 72000 s, jolloin saadaan
*Q* ≈ 6,9 kC.

**b)** Sähköenergiaa muuttuu lämmöksi ulkoisessa vastuksessa ja akun sisäisessä vastuksessa. Pariston resistanssi

$$R_s = \frac{E - U_0}{I_0} = \frac{E - U_0}{U_0/R_{10}} = R_{10} \cdot \frac{E}{U_0} - R_{10}\,,$$

jossa $E$ on akun kuormittamaton lähdejännite purkamisen alussa ja $U_0$ on akun napajännite purkamisen alussa, kun lähdejännite ei ole vielä ehtinyt laskea.
Piirin kokonaisresistanssi on

$$R_{tot} = R_s + R_{10} = \frac{E}{U_0} \cdot R_{10}\,.$$

Hetkellinen teho:

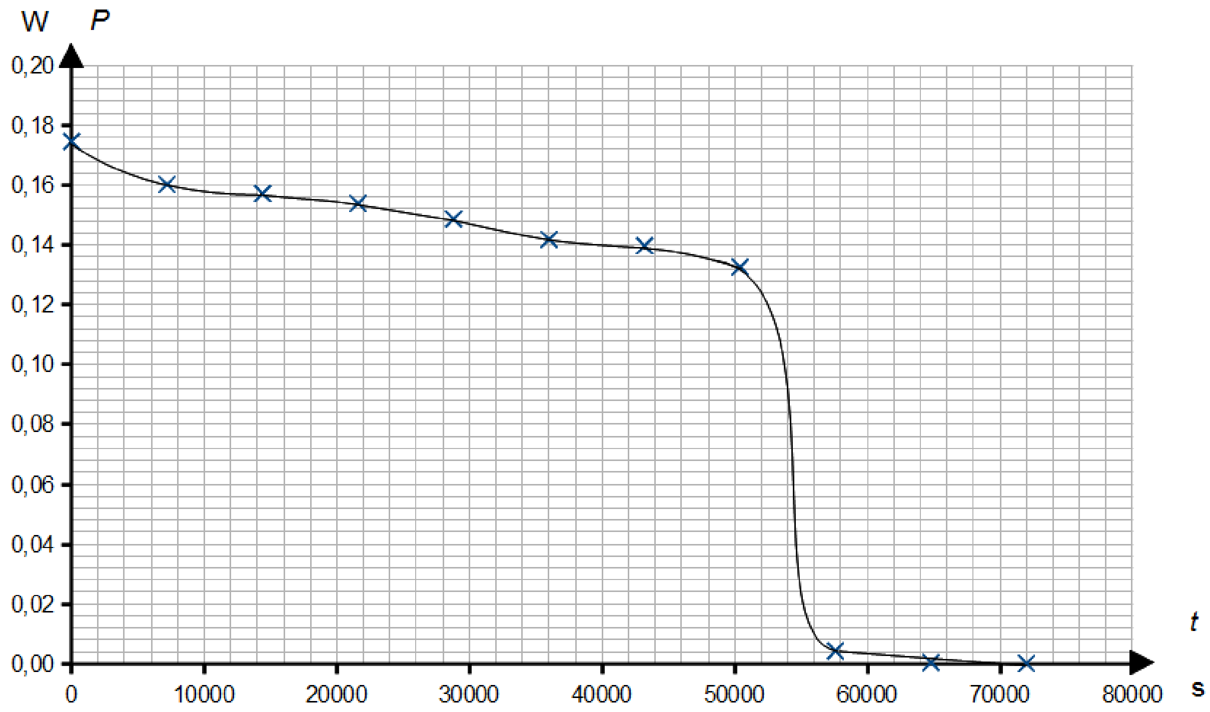
$$P = UI = R_{tot} I^2 = \frac{E}{U_0} \cdot R_{10} I^2$$

$E$ = 1,335 V $\qquad$ $U_0$ = 1,308 V

Lasketaan ajan hetkiä vastaavat tehot:

| *t* (s) | 0 | 7200 | 14400 | 21600 | 28800 | 36000 | 43200 | 50400 | 57600 | 64800 | 72000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *P* (W) | 0,17465873 | 0,16027912 | 0,15722383 | 0,15394711 | 0,14872684 | 0,14190654 | 0,13974830 | 0,13267360 | 0,00433221 | 0,00043132 | 0,00014742 |

Piirretään kuvaaja $P(t) = \frac{E}{U_0} \cdot R_{10} I^2(t)$




Lämmöksi muuttuva sähköenergia $E_\mathrm{Q} = P\Delta t$ on kuvaajan $P(t)$ ja $t$-akselin väliin jäävä fysikaalinen pinta-ala eli $E_\mathrm{Q} = \int_0^t P\,dt$.
Integroidaan kuvaajasta graafisesti tai laskimella aikavälillä 0 – 72000 s, jolloin saadaan $E_\mathrm{Q} \approx 8{,}3\ \mathrm{kWs} = 8{,}3\ \mathrm{kJ}$.

**Tehtävä 12**

**a)** Isokoorisessa prosessissa kaasun tilavuus ei muutu, joten prosessit $2 \rightarrow 3$ ja $4 \rightarrow 1$ ovat isokoorisia, ja näin ollen prosessit $1 \rightarrow 2$ ja $3 \rightarrow 4$ ovat adiabaattisia.

**b)** Adiabaattisissa prosesseissa kaasu ei ole lämmönvaihdossa ympäristön kanssa, joten prosessit $1 \rightarrow 2$ ja $3 \rightarrow 4$ eivät tule kyseeseen.
Isokoorisessa prosessissa $2 \rightarrow 3$ kaasun lämpötila on paineeseen verrannollinen ideaalikaasun tilanyhtälön $pV = nRT$ mukaisesti. Kun kaasun paine kasvaa, nousee myös kaasun lämpötila eli $T = \frac{pV}{nR}$.

Lämmönsiirto isokoorisen prosessin aikana saadaan lausekkeesta

$$Q_{23} = c_V n\Delta T = c_V n(T_3 - T_2),$$

missä $c_V$ on kaasun isokoorinen lämpökapasiteetti ja $n$ ainemäärä. Koska $T_3 > T_2$, on lämmönsiirto prosessissa $2 \rightarrow 3$ positiivinen ja kaasu vastaanottaa lämpöä ympäristöstään.

Vastaavalla tavalla voidaan päätellä, että kaasun lämpötila laskee prosessissa $4 \rightarrow 1$. Lämmönsiirto $Q_{41}$ on negatiivinen, ja kaasu luovuttaa lämpöä ympäristöönsä.

**c)** Kaasun lämpötila saadaan ideaalikaasun tilanyhtälöstä, kun kaasun paine, tilavuus ja ainemäärä tunnetaan eri tiloissa, eli $T = \frac{pV}{nR}$.

Kaasu vastaanottaa lämpömäärän $Q_{23}$ prosessin $2 \rightarrow 3$ aikana. Kaasun lämpötila nousee, kun kaasun tilavuus pysyy vakiona.

$$Q_{23} = nC_V(T_3 - T_2) = \frac{nC_V V_2}{nR}(p_3 - p_2) = \frac{C_V V_2}{R}(p_3 - p_2)$$

$$Q_{23} = \frac{20{,}5\ \frac{\mathrm{J}}{(\mathrm{mol \cdot K})} \cdot 48{,}1 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^3}{8{,}3145\ \frac{\mathrm{J}}{(\mathrm{mol \cdot K})}}(4{,}01 \cdot 10^6\ \mathrm{Pa} - 2{,}32 \cdot 10^6\ \mathrm{Pa}) = 200{,}4359514\ \mathrm{J}$$

Kaasu luovuttaa lämpömäärän $Q_{41}$ prosessin $4 \rightarrow 1$ aikana. Kaasun lämpötila laskee, kun kaasun tilavuus pysyy vakiona.

$$Q_{41} = nC_V(T_1 - T_4) = \frac{nC_V V_4}{nR}(p_1 - p_4) = \frac{C_V V_4}{R}(p_1 - p_4)$$

$$Q_{41} = \frac{20{,}5\ \frac{\mathrm{J}}{(\mathrm{mol \cdot K})} \cdot 508 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^3}{8{,}3145\ \frac{\mathrm{J}}{(\mathrm{mol \cdot K})}}(8{,}54 \cdot 10^4\ \mathrm{Pa} - 1{,}47 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}) = -77{,}15465753\ \mathrm{J}$$

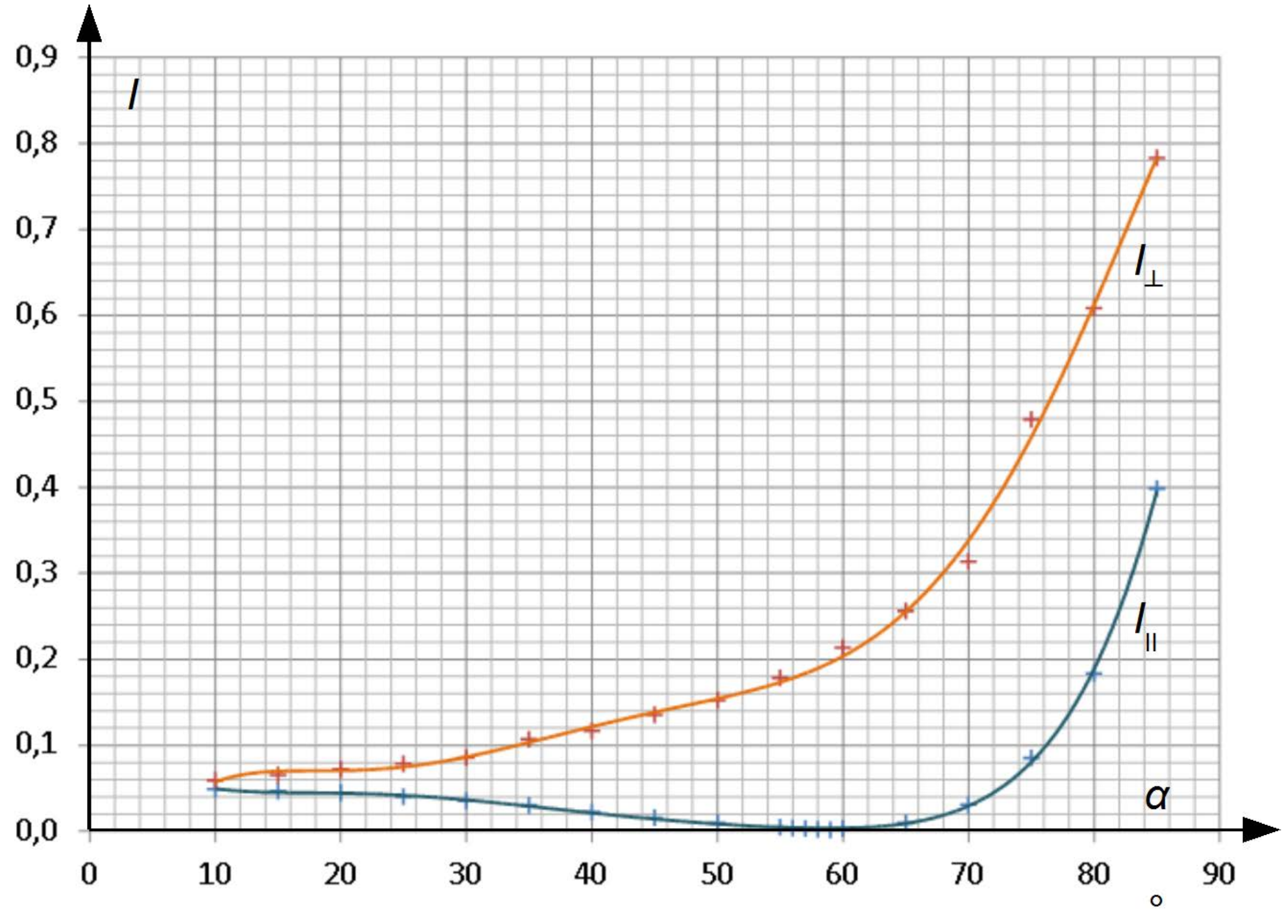
Otto-kiertoprosessin hyötysuhde lasketaan kuten lämpövoimakoneen hyötysuhde.

$$\eta = 1 - \left|\frac{Q_{41}}{Q_{23}}\right| = 1 - \frac{V_1(p_4 - p_1)}{V_2(p_3 - p_2)} = 1 - \frac{508 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^3(1{,}47 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa} - 8{,}54 \cdot 10^4\ \mathrm{Pa})}{48{,}1 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^3(4{,}01 \cdot 10^6\ \mathrm{Pa} - 2{,}32 \cdot 10^6\ \mathrm{Pa})}$$

$$= 0{,}615065775 \approx 61{,}5\%$$

**Tehtävä 13**

Piirretään taulukon tietoja vastaava kuvaaja. Kuvaajasta on hyötyä erityisesti b- ja c-kohtien ratkaisemisessa.




**a)** Osa valosta heijastuu lasilevyn pinnasta, ja osa valosta menee lasilevyn läpi ja taittuu. Heijastuneen ja taittuneen valon intensiteettien suhde riippuu tulokulmasta. Kun valo tulee lasilevyn pintaan pienessä tulokulmassa pinnan normaaliin nähden, suurin osa valosta menee lasilevyn läpi. Kun tulokulma kasvaa, yhä suurempi osa valosta heijastuu lasilevyn pinnasta, mikä havaitaan heijastuneen valon kokonaisintensiteetin kasvuna.

**b)** Kun $I_{\parallel}$ -intensiteetti on nolla, pystysuuntaan polarisoitunut valo ei heijastu ja vain vaakasuoraan polarisoitunut valo heijastuu. Heijastunut valo on siis täydellisesti polarisoitunut tulevan säteen ja pinnan normaalin määräämää tasoa vastaan kohtisuorassa suunnassa. Heijastunut valo on täydellisesti polarisoitunutta, kun tulevan säteen ja taittuneen säteen välinen kulma on 90°, eli kun Brewsterin laki toteutuu. Mitatun datan avulla voidaan päätellä, että Brewsterin laki toteutuu, kun valon tulokulma on 59°—60°.

Lasilevyn läpäissyt valo on osittain polarisoitunutta. $I_{\parallel}$-komponentti läpäisee kokonaisuudessaan lasilevyn, mutta myös osa $I_{\perp}$-komponentista läpäisee lasilevyn. Tämän voi päätellä tarkastelemalla kuvaajan esittämiä suhteellisia intensiteettejä.

**c)** Lasin taitekerroin saadaan Brewsterin lain avulla. Oletetaan, että valo tulee ilmasta lasilevyyn. Ilman taitekerroin on 1,00. $I_{\parallel}$ saa pienimmän arvonsa 59°:n kulmalla.

$$\tan\alpha = \frac{n_2}{n_1}$$

$$n_2 = n_1 \tan\alpha = 1{,}00 \cdot \tan 59° = 1{,}664279482 \approx 1{,}7$$

Lasin taitekerroin on 1,7.

**d)** Polarisoivilla laseilla halutaan estää vaakasuorista pinnoista, kuten veden pinnasta, heijastuneen valon pääsy lasien läpi silmiin. Likimain Brewsterin kulmassa tulevat säteet ovat voimakkaasti polarisoituneet tulosäteen ja pinnan normaalin määräämää tasoa vastaan, eli polarisaatiosuunta on yhdensuuntainen vaakasuunnan kanssa. Tällöin aurinkolasien läpäisysuunnan on oltava pystysuunta, jotta vaakasuunnassa polarisoitunut valo ei läpäisisi laseja.