PROVET I FYSIK 16.9.2013 BESKRIVNING AV GODA SVAR

De beskrivningar av svarens innehåll som ges här är inte bindande för studentexamens-nämndens bedömning. Censorerna beslutar om de kriterier som används i den slutgiltiga bedömningen.

En fysikuppgift kräver alltid ett motiverat svar om inget annat nämns i uppgiften. Ett svar som uppvisar mognad är strukturerat och till sitt sakinnehåll logiskt. Av utförandet bör framgå genom vilka slutledningar svaret har erhållits. Situationsbilder, kraftfigurer, kopplingsscheman och grafiska presentationer rekommenderas. Ibland är de nödvändiga, t.ex. kraftfigurerna utgör ofta en väsentlig del av motiveringen till en lösning. Kraftfigurerna och de grafiska presentationerna bör vara tydliga och följa standarderna samt beskriva den fysikaliska situationen. I de uppgifter som kräver matematisk behandling bör storhetsekvationerna och formlerna motiveras på ett sätt som visar att examinanden gestaltat situationen. I en fullständig lösning tillämpas adekvata principer eller lagar. Lösningen bör även innehålla behövliga uträkningar och andra tillräckliga motiveringar samt slutresultat.

I de svar som förutsätter produktion av en facktext bör examinanden fästa uppmärksamhet bl.a. vid följande:

- kombination av fakta och tillämpningen av det inlärda
- svarets disposition
- granskningen av den fysikaliska situationen
- identifiering av fenomenet
- konstruktion av nödvändiga figurer
- storheter och lagar som beskriver fenomenet
- modellen och dess tillämpningsmöjligheter
- de storhetsekvationer som ingår i en lag i allmänhet och i det specialfall som modellen beskriver

I de delar som kräver beräkningar bör man sträva efter en lösning med storhetsekvationer. I den slutgiltiga lösningen införs talvärdena med sina enheter. Vid bedömningen av resultatet fästs vikt vid resultatets rimlighet och den noggrannhet med vilken resultatet anges.

Vid lösningen av uppgifter enbart med kalkylator är det erhållna svaret inte tillräckligt. Det svar som kalkylatorn ger är däremot tillräckligt i rutinmässiga delar av mera omfattande uppgifter. Om kalkylator används t.ex. vid ekvationslösning, linjäranpassning, hyfsning av formler, derivering och integrering av funktioner, bör detta framgå av utförandet. Kalkylatorn är ett hjälpmedel i provet och dess roll utvärderas i varje enskild uppgift.

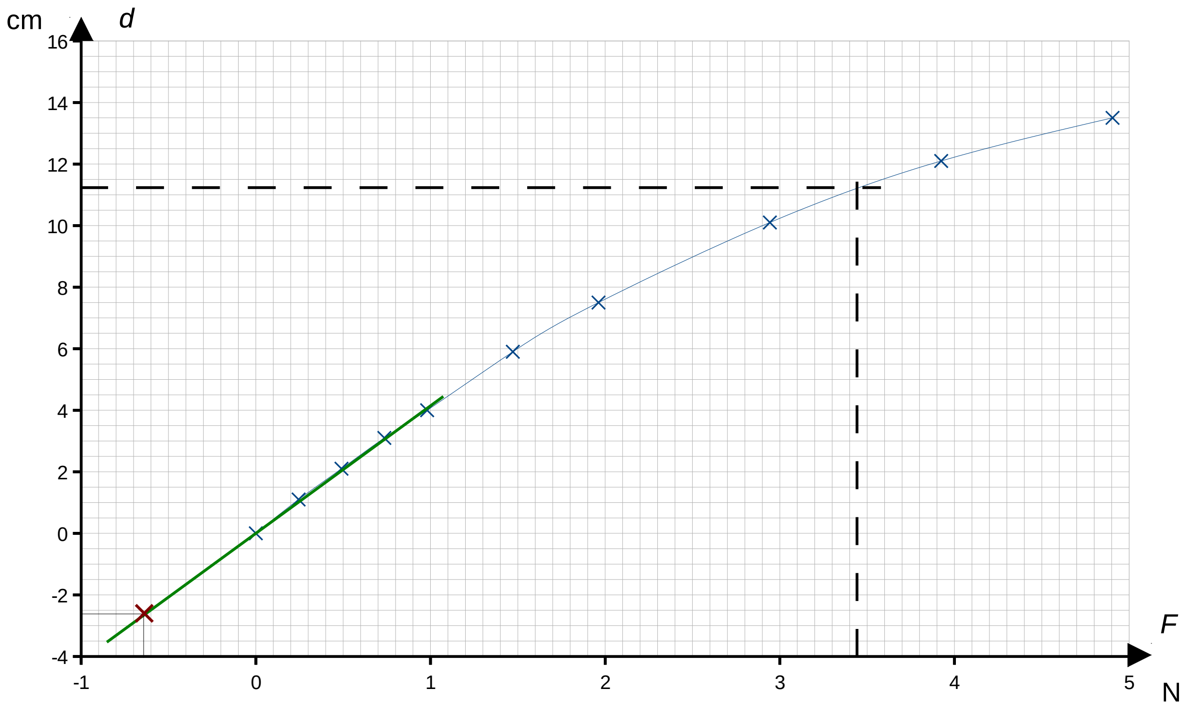
Uppgift 1

	skalärstorhet	vektorstorhet	ej storhet
tid	X		
massa	X		
gravitation			X
hastighet		X	
rörelsemängd		X	
rörelseenergi	X		

Uppgift 2

a) Den belastande kraften *F* är till sitt absolutbelopp lika stor som viktens tyngd, *F* = *mg*.
F beräknas med hjälp av den givna tabellen.

m (g)	0	25	50	75	100	150	200	300	400	500
d (cm)	0	1,1	2,1	3,1	4,0	5,9	7,5	10,1	12,1	13,5
F (N)	0	0,25	0,49	0,74	0,98	1,47	1,96	2,94	3,92	4,91



b) $F = mg = 0{,}350\ \text{kg} \cdot 9{,}81 \text{m/s}^2 = \ 3{,}43\ \text{N}.$
Från grafen fås *d* = 11,2 cm.

c) $F = -mg = -0{,}065\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 = \ -0{,}638\ \text{N}.$
Då linjalen belastas med små tyngder är böjningen proportionell mot den belastande kraften. En linje anpassas till punkterna och den extrapoleras ända till den uppåt böjande kraften. Från grafen avläses *d* = –2,6 cm.

Uppgift 3

a) Eftersom kraften som accelererar flygplanet är konstant, blir accelerationen likformig. Newtons II lag: $\sum \bar{F} = \bar{F} = m\bar{a}$

$$a = \frac{F}{m} \qquad\qquad t = \frac{v}{a}$$

Tillryggalagd sträcka vid likformig acceleration då initialhastigheten är noll:

$$s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{v^2}{a} = \frac{1}{2}\cdot\frac{v^2 m}{F}$$

$$s = \frac{1}{2}\cdot\frac{\left(280\cdot\frac{1000\ \mathrm{m}}{3600\ \mathrm{s}}\right)^2\cdot 560000\ \mathrm{kg}}{4\cdot 310000\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^2} = 1366\ \mathrm{m}\ \approx 1400\ \mathrm{m}$$

Startbanan måste vara minst 1 400 m lång för att flygplanet ska nå hastigheten som krävs för att lyfta.

b) Under startaccelerationen påverkas flygplanet av luftmotståndet och rullningsmotståndet. I början av accelerationen är rullningsmotståndet den största motståndskraften. Luftmotståndet är till en början mycket litet, men blir allt mer betydande vid höga hastigheter, som t.ex. precis innan planet lyfter. På grund av motståndkrafterna behövs en längre startbana än i idealfallet a). Motståndskrafterna verkar i motsatt riktning mot dragkraften och de minskar därför på resultantkraften som verkar på flygplanet och därmed också på flygplanets acceleration.

Uppgift 4

Skillnaden mellan mätningarna med det traditionella stålmåttbandet och med den optiska mätapparaturen var exakt 1 cm = 10 mm.

Med stålmåttbandet har man fått en större längd för kastet än med den optiska mätningen. Temperaturen inverkar inte på den optiska mätningen, men stålmåttbandet blir kortare då temperaturen sjunker, varvid längdmåttet som mätts med måttbandet ökar.

Längdutvidgningskoefficienten för stål är $\gamma = 12\cdot10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$.

Den största möjliga temperaturskillnaden med måttets kalibreringstemperatur är
$\Delta T = (15 - 20)\mathrm{°C} = -5\ \mathrm{K}$.

Den största möjliga längdförändringen för ett stålband, som är lika långt som den uppmätta sträckan, är
$\Delta L = L\Delta T\gamma = 77{,}13\ \mathrm{m}\ \cdot(-5\ \mathrm{K})\cdot 12\cdot 10^{-6}\mathrm{K}^{-1} = -0{,}0046278\ \mathrm{m}\ \approx -5\ \mathrm{mm}.$
Den uppmätta kastlängden med stålmåttbandet skulle vara 5 mm för stor vid den lägre temperaturen.
Temperaturen kan inte vara den enda orsaken till skillnaden, eftersom skillnaden mellan mätresultaten var exakt 10 mm.

Uppgift 5

I a)- och b)-fallen är vågrörelsen på strängen en stående vågrörelse.

a) Strängens längd är $L = \frac{\lambda_a}{2}$, där λ_a är våglängden:
$\lambda_a = 2L = 2 \cdot 4{,}2\ \mathrm{m} = 8{,}4\ \mathrm{m}$.
Perioden är tiden som åtgår till en svängning fram och tillbaka: $T_a = \frac{15\ \mathrm{s}}{10} = 1{,}5\ \mathrm{s}$
Frekvensen $f_a = \frac{1}{T} = \frac{1}{1{,}5\ s} \approx 0{,}67\ \mathrm{Hz}$

b) Den stående vågrörelsen har fem bukar, således är $L = \frac{5}{2}\lambda_b = 2{,}5 \cdot \lambda_b$.
Våglängden är $\lambda_b = \frac{4{,}2\ \mathrm{m}}{2{,}5} = 1{,}68\ \mathrm{m} \approx 1{,}7\ \mathrm{m}$
Vågrörelsens hastighet på strängen beror inte av våglängden.
Vågrörelsens hastighet kan beräknas med hjälp av informationen i fall a):
$v = f_a\lambda_a = 0{,}6666667\ 1/\mathrm{s}\ \cdot 8{,}4\ \mathrm{m} = 5{,}6\ \mathrm{m/s}$
Perioden är $T_b = \frac{\lambda_b}{v} = \frac{1{,}68\ \mathrm{m}}{5{,}6\ \mathrm{m/s}} = 0{,}30\ \mathrm{s}$
Frekvensen är $f_b = \frac{1}{T_b} = \frac{1}{0{,}30\ \mathrm{s}} \approx 3{,}3\ \mathrm{Hz}$

c) Pulsens framskridningshastighet på strängen är den samma som vågrörelsens hastighet.
Pulsen rör sig sträckan $s = 2 \cdot 4{,}2\ \mathrm{m} = 8{,}4\ \mathrm{m}$.
Tiden för pulsen att röra sig fram och tillbaka $t = \frac{s}{v} = \frac{8{,}4\ \mathrm{m}}{5{,}6\ \mathrm{m/s}} = 1{,}5\ \mathrm{s}$.

Uppgift 6

Det finns inga betydande motståndskrafter, så den mekaniska energin bevaras.

$$\Delta E_p + \Delta E_k + \Delta E_r = 0,$$

där
ΔE_p är förändringen i potentialenergi,
ΔE_k är förändringen i den translatoriska rörelseenergin och
ΔE_r är förändringen i rotationsenergin.

$$\Delta E_k + \Delta E_r = -\Delta E_p$$

I början är $E_k = 0$, $E_r = 0$; $-\Delta E_p = -mg(-h)$

$$½mv^2 + ½J\omega^2 = mgh$$

Använder villkoret för rullning $\omega = \frac{v}{r}$:

$$mv^2 + J\frac{v^2}{r^2} = 2mgh$$

$$v^2\left(m + \frac{J}{r^2}\right) = 2mgh$$

Hastigheten i nedre ändan av det lutande planet löses för kropparna.
Ring: tröghetsmoment $J = mr^2$

$$v^2\left(m + \frac{mr^2}{r^2}\right) = 2mgh$$

$$2v^2 = 2gh$$

$$v = \sqrt{gh}$$

Rund skiva: tröghetsmoment $J = ½mr^2$

$$v^2\left(m+\frac{mr^2}{2r^2}\right)=2mgh$$

$$\frac{3}{2}v^2=2gh$$

$$v=\sqrt{\frac{4}{3}gh}\approx 1{,}15\sqrt{gh}$$

Kompakt klot: $J=\frac{2}{5}mr^2$

$$v^2\left(m+\frac{2mr^2}{5r^2}\right)=2mgh$$

$$\frac{7}{5}v^2=2gh$$

$$v=\sqrt{\frac{10}{7}gh}\approx 1{,}19\sqrt{gh}$$

Krafterna som verkar på kropparna (tyngdkraften, stödkraften, friktionen) är konstanta, således är också kropparnas accelerationer likformiga.
Vid likformigt accelererad rörelse är sträckan $s=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}at\cdot t=\frac{1}{2}vt,$
där *a* är accelerationen och *v* är sluthastigheten.
Alla kroppar rör sig samma sträcka *s* (planets längd).
$t=\frac{2s}{v}$, dvs. den kortaste färdtiden har kroppen med den största sluthastigheten.
Planets nedre ända nås först av klotet, sedan av skivan och sist av ringen.

Uppgift 7

a) Eleffekten *P = UI*, således $I=\frac{P}{U}$
Strömmen i värmeelement A: $I=\frac{2000\text{ W}}{230\text{ V}}$ = 8,695652 ≈ 8,7 A
Strömmen i värmeelement B: $I=\frac{2000\text{ W}}{110\text{ V}}$ = 18,181818 ≈ 18,2 A
Säkringarna måste tåla åtminstone dessa strömmar.
För element A bör man välja minst en 10 A säkring och för element B minst en 20 A säkring.

b) Enligt Ohms lag $I=\frac{U}{R}$, dvs. $P=UI=\frac{U^2}{R}$
Värmeelementets resistans $R=\frac{U^2}{P}$

$R_A=\frac{(230\text{ V})^2}{2000\text{ W}}=26{,}45\ \Omega$ $\qquad R_B=\frac{(110\text{ V})^2}{2000\text{ W}}=6{,}05\ \Omega$

Element A:s effekt i elnätet i USA: $P_A=\frac{(110\text{ V})^2}{26{,}45\ \Omega}=457{,}4669\text{ W}\approx 0{,}46\text{ kW}$

Element B:s effekt i elnätet i Finland: $P_B=\frac{(230\text{ V})^2}{6{,}05\ \Omega}=8743{,}8017\text{ W}\approx 8{,}7\text{ kW}$

c) En farlig situation uppstår om apparaten fungerar med en större effekt än planerat. Då överhettas apparaten och fara för brännskador och eldsvåda uppstår.
Apparatens elektriska isolering och isoleringsavstånd är planerade för en viss maximispänning. Om det i apparaten används en större spänning än planerat uppstår risk för elstöt på grund av otillräcklig elektrisk isolering.

Värmeelement A i USA:s elnät orsakar inte fara.

Värmeelement B i Finlands elnät fungerar med större effekt än planerat, vilket orsakar fara för brännskador och eldsvåda. Dessutom fungerar elementet med större spänning än planerat vilket orsakar risk för elstöt.

Uppgift 8

Enligt induktionslagen induceras det i en strömslinga en spänning om det magnetiska flödet $\Phi = AB$ i slingan förändras. I situationen som beskrivs i uppgiften förändras det magnetiska flödet då slingan kommer in i magnetfältet och då slingan kommer ut ur magnetfältet. Då slingan i sin helhet är inne i magnetfältet förändras inte flödet och ingen spänning induceras. Följaktligen är strömmen i slingan då noll.

Slingan rör sig vinkelrätt mot magnetfältet. Magnetiska flödestätheten *B* är konstant. Induktionsspänningen fås ur induktionslagen.

$$u = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -B\frac{\Delta A}{\Delta t}$$

Elströmmen i slingan är direkt proportionell mot induktionsspänningen och inverst proportionell mot slingans resistans *R*. Resistansen antas vara konstant.

$$I = \frac{|u|}{R} = \frac{B}{R}\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{B}{R}\frac{dA}{dt}$$

Eftersom *B* och *R* är konstanta, blir strömmen i slingan proportionell mot areans förändringshastighet $\frac{dA}{dt}$.

1) Strömmen, då den kvadratiska slingan (1) kommer in i magnetfältet:

$$I = \frac{B}{R}\frac{d(vta)}{dt} = \frac{Bav}{R},$$

där *a* är slingans sidlängd, *v* dess hastighet och *t* tid. Areans förändringshastighet är konstant och strömmen då slingan kommer in i fältet är således också konstant. Då slingan kommer ut ur magnetfältet fås på motsvarande sätt:

$$I = \frac{B}{R}\frac{d(a^2 - vta)}{dt} = -\frac{Bav}{R},$$

dvs. strömmen ändrar riktning. Då slingan är helt inne i magnetfältet är areans förändringshastighet noll och strömmen därför noll. Strömgraf a) motsvarar således strömslinga (1).

2) Strömmen, då den triangulära slingan (2) kommer in i magnetfältet:

$$I = \frac{B}{R}\frac{d}{dt}\frac{v^2t^2}{2} = \frac{Bv^2t}{R},$$

dvs. areans förändringshastighet ökar lineärt och strömmen ökar också lineärt. Då slingan kommer ut ur magnetfältet fås på samma sätt:

$$I = \frac{B}{R}\frac{d}{dt}\left(\frac{a^2}{2} - \frac{v^2t^2}{2}\right) = -\frac{Bv^2t}{R}.$$

Strömmens riktning förändras. Då slingan är helt inne i magnetfältet är areans förändringshastighet noll och strömmen därför noll. Strömgraf d) motsvarar således strömslinga (2).

3) Då kvadraten (3), som är roterad 45° kommer in i magnetfältet blir strömmen först:

$$I_1 = \frac{B}{R}\frac{d}{dt}v^2t^2 = \frac{2Bv^2t}{R},$$

dvs. areans förändringshastighet och strömmen ökar lineärt. Detta gäller ända tills halva slingan kommit in i fältet. Efter detta ökar ännu det magnetiska flödet, men areans förändringshastighet minskar. Strömmen blir då:

$$I_2 = \frac{B}{R}\frac{d}{dt}\left(\frac{a^2}{2} + \sqrt{2}avt - v^2t^2\right) = \frac{B}{R}\left(\sqrt{2}av - v^2t\right),$$

dvs. strömmen minskar lineärt från sitt toppvärde. Då slingan är i magnetfältet är strömmen noll. Då slingan kommer ut ur fältet byter strömmen riktning. Strömgraf f) motsvarar således strömslinga (3).

Uppgift 9

a) Aktiviteten är $A = \lambda N = \frac{\ln 2}{T_{½}} \cdot N$

$T_{1/2}$ är halveringstiden och antalet nuklider $N = \frac{m}{M} \cdot N_A$, där

m = massa,

M = atomens masstal och

$N_A = 6{,}0221367 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{\text{mol}}$ är Avogadros tal.

350 t uran innehåller 0,9927·350 t = 347,445 t av isotop ${}^{238}_{92}\text{U}$.

${}^{238}_{92}\text{U}$:s halveringstid $T_{1/2}(\text{U}) = 4{,}468 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600$ s $= 1{,}40902848 \cdot 10^{17}$ s

Uranets aktivitet är

$$\text{A}_\text{U} = \frac{\ln 2 \cdot 3{,}47445 \cdot 10^8\ \text{g}}{1{,}40902848 \cdot 10^{17}\ \text{s} \cdot 238{,}050784\ \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 6{,}0221367 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{\text{mol}}$$

$$= 4{,}3238712 \cdot 10^{12}\ \text{s}^{-1} \approx 4{,}32\ \text{TBq}.$$

b) Radiumets aktivitet är lika stor som uranets, dvs. $A_{Ra} = A_U$, av detta följer

$$\lambda_{\mathrm{Ra}} N_{\mathrm{Ra}} = \lambda_{\mathrm{Ra}} \cdot \frac{m_{\mathrm{Ra}}}{M_{\mathrm{Ra}}} \cdot N_{\mathrm{A}} = \frac{\ln 2}{T_{½}(\mathrm{Ra})} \cdot \frac{m_{\mathrm{Ra}}}{M_{\mathrm{Ra}}} \cdot N_{\mathrm{A}} = \lambda_{\mathrm{U}} N_{\mathrm{U}}$$

Mängden radium i ett lastbilslass malm (168 t) blir

$$m_{\mathrm{Ra}} = \frac{M_{\mathrm{Ra}} \lambda_{\mathrm{U}} N_{\mathrm{U}} T_{½}(\mathrm{Ra})}{\ln 2 \cdot N_{\mathrm{A}}} = m_{\mathrm{U}} \cdot \frac{M_{\mathrm{Ra}}\, T_{½}(\mathrm{Ra})}{M_{\mathrm{U}} \cdot T_{½}(\mathrm{U})}$$

$$= 1{,}8 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}9927 \cdot 1{,}68 \cdot 10^{5}\ \mathrm{kg} \cdot \frac{226{,}025402\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}} \cdot 1600\ \mathrm{a}}{238{,}050784\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}} \cdot\ 4{,}468 \cdot 10^{9}\ \mathrm{a}}$$

$$= 1{,}0206909 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{kg} \ \approx\ 1{,}0\ \mathrm{mg}.$$

Uppgift 10

a) Målkärnan får största möjliga hastighet då neutronen som träffar den sprids tillbaka i sin infallsriktning. På grund av detta kan kollisionen mellan kärnan och neutronen behandlas endimensionellt. I kollisionen påverkas inte kropparna av några yttre krafter och systemets rörelsemängd bevaras:

$$p_{n,1} = p_{a,2} + p_{n,2}$$

dvs.

$$mv_1 = Mu + mv_2$$

där v_1 är neutronens hastighet före kollisionen, v_2 är neutronens hastighet efter kollisionen och u är kärnans hastighet. Kollisionen är dessutom elastisk och därför bevaras systemets rörelseenergi:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}Mu^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

Från ekvationerna för rörelseenergins och rörelsemängdens bevarande kan målkärnans hastighet lösas, antingen med hjälp av kalkylator eller genom mellansteg.

$$u = \frac{2mv_1}{m + M}$$

Genom att beteckna $v_1 = v$, fås

$$u = \frac{2mv}{m + M}.$$

b) I experimenten där neutronerna fungerade som projektiler uppmättes följande hastigheter för kärnorna:

$$u_{\mathrm{H}} = 3{,}3 \cdot 10^{7}\ \mathrm{m/s}$$
$$u_{\mathrm{N}} = 4{,}7 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m/s}$$

Då båda mätresultaten insätts i a)-fallets resultat och de två ekvationerna divideras med varandra kan neutronens hastighet före kollisionen elimineras från ekvationssystemet:

$$\frac{u_\mathrm{H}}{u_\mathrm{N}} = \frac{\frac{\cancel{2mv}}{m+M_H}}{\frac{\cancel{2mv}}{m+M_N}} = \frac{m+\ M_\mathrm{N}}{m+\ M_\mathrm{H}},$$

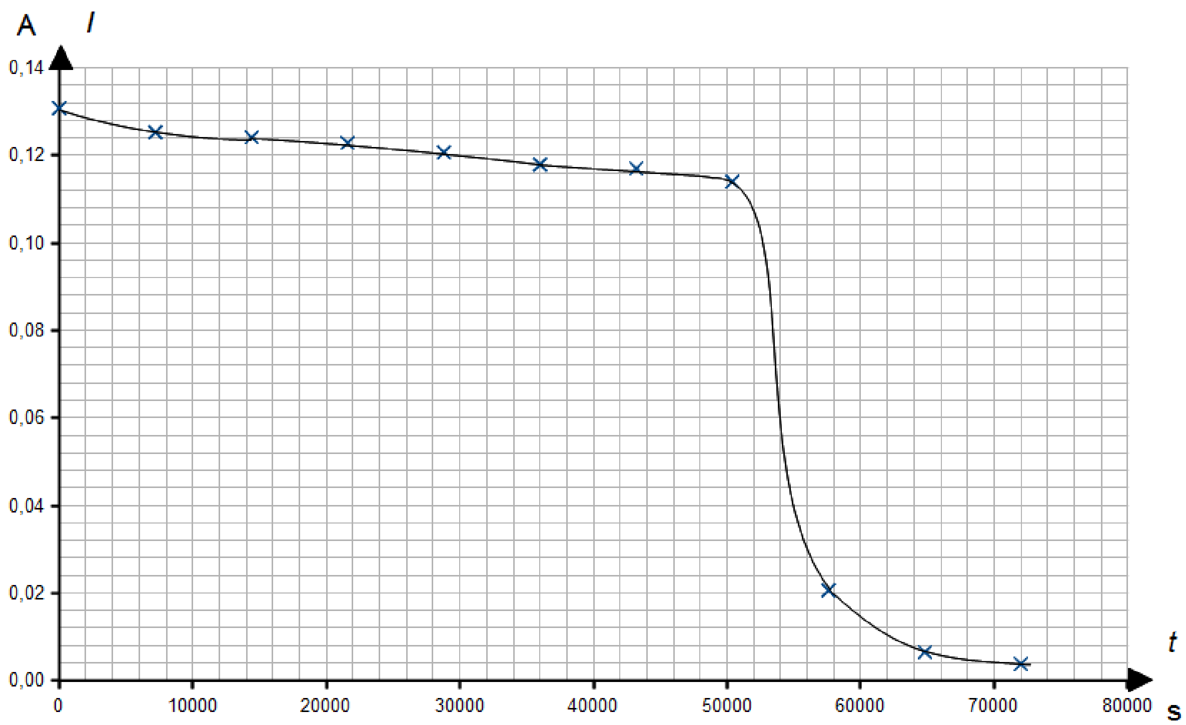
ur vilket man vidare kan lösa neutronens massa:

$$m = \frac{M_\mathrm{N} - \frac{u_\mathrm{H}}{u_\mathrm{N}} M_\mathrm{H}}{\frac{u_\mathrm{H}}{u_\mathrm{N}} - 1} = \frac{14{,}01\ \mathrm{u} - \frac{3{,}3\cdot 10^7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{4{,}7\cdot 10^6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}\cdot 1{,}008\ \mathrm{u}}{\frac{3{,}3\cdot 10^7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{4{,}7\cdot 10^6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} - 1} = 1{,}1513428\ \mathrm{u} \approx 1{,}2\ \mathrm{u}$$

Uppgift 11

a) Elströmmen är $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$, således är laddningen som elströmmen transporterar $\Delta Q = I\Delta t$. Den uppmätta spänningen för batteriet är samtidigt polspänning för motståndet. Enligt Ohms lag är *I = U/R*, där R=10,0 Ω. Examinanden ska beräkna värdena för elströmmen och rita grafen för strömmen.

t (h)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
t (s)	0	7200	14400	21600	28800	36000	43200	50400	57600	64800	72000
U (V)	1,308	1,253	1,241	1,228	1,207	1,179	1,170	1,140	0,206	0,065	0,038
I (A)	0,1308	0,1253	0,1241	0,1228	0,1207	0,1179	0,117	0,114	0,0206	0,0065	0,0038



Den transporterade totalladdningen $\Delta Q = I\Delta t$ är den fysikaliska arean mellan grafen *I*(t) och *t*-axeln, dvs. $Q = \int_0^t I\, dt$.
Grafisk integrering eller integrering med kalkylator i intervallet 0 – 72000 s ger
Q ≈ 6,9 kC.

b) Elenergi blir till värme i det yttre motståndet och i batteriets inre resistans. Batteriets resistans blir

$$R_s = \frac{E - U_0}{I_0} = \frac{E - U_0}{U_0/R_{10}} = R_{10} \cdot \frac{E}{U_0} - R_{10}\,,$$

där E är batteriets obelastade källspänning i början av urladdningen och U_0 är batteriets polspänning i början av urladdningen då källspänningen ännu inte hunnit sjunka.
Kretsens totala resistans är

$$R_{tot} = R_s + R_{10} = \frac{E}{U_0} \cdot R_{10}\,.$$

Momentana effekten:

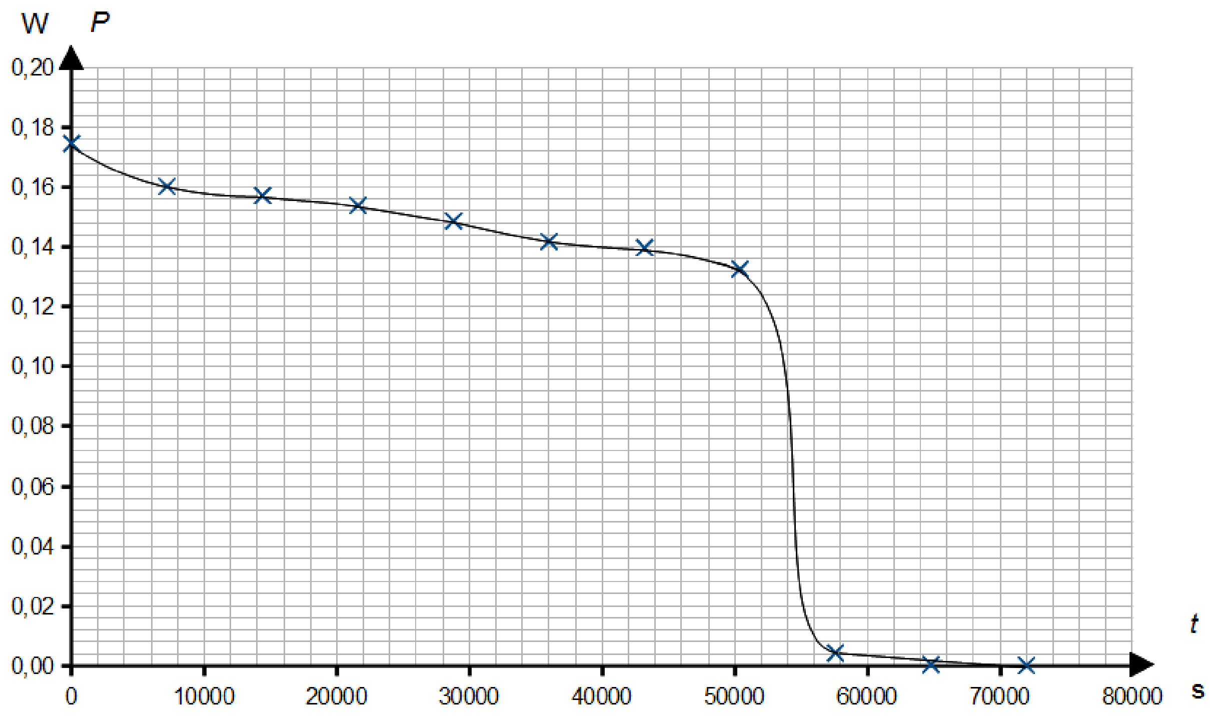
$$P = UI = R_{tot} I^2 = \frac{E}{U_0} \cdot R_{10} I^2$$

E = 1,335 V U_0 = 1,308 V

Effekterna som motsvarar tidpunkterna beräknas:

t (s)	0	7200	14400	21600	28800	36000	43200	50400	57600	64800	72000
P (W)	0,17465873	0,16027912	0,15722383	0,15394711	0,14872684	0,14190654	0,13974830	0,13267360	0,00433221	0,00043132	0,00014742

Grafen $P(t) = \frac{E}{U_0} \cdot R_{10} I^2(t)$ ritas.



Den elenergi som blir till värme $E_Q = P\Delta t$ är den fysikaliska arean mellan grafen $P(t)$ och t-axeln, dvs. $E_Q = \int_0^t P\,dt$.
Integrering ur grafen eller med kalkylator i tidsintervallet 0 – 72000 s ger
$E_Q \approx 8{,}3\ \text{kWs} = 8{,}3\ \text{kJ}.$

Uppgift 12

a) I en isokorisk process förändras inte gasens volym. Detta betyder att processerna $2 \rightarrow 3$ och $4 \rightarrow 1$ är isokoriska och att processerna $1 \rightarrow 2$ och $3 \rightarrow 4$ är adiabatiska.

b) I en adiabatisk process strömmar ingen värme in eller ut ur gasen, vilket betyder att processerna $1 \rightarrow 2$ och $3 \rightarrow 4$ inte kommer i fråga.
I den isokoriska processen $2 \rightarrow 3$ är gasens temperatur proportionell mot trycket i enlighet med idealgaslagen $pV = nRT$. Då trycket stiger i processen ökar också gasens temperatur, dvs. $T = \frac{pV}{nR}$.

För värmeöverföringen i den isokoriska processen gäller:

$$Q_{23} = c_V n \Delta T = c_V n (T_3 - T_2),$$

där c_V är gasens isokoriska värmekapacitet och n substansmängden. Eftersom $T_3 > T_2$, blir värmeöverföringen i process $2 \rightarrow 3$ positiv och gasen tar således emot värme.

I analogi med detta sjunker gasens temperatur i process $4 \rightarrow 1$. Värmeöverföringen Q_{41} blir således negativ och gasen avger värme i processen.

c) Gasens temperatur kan beräknas med hjälp av idealgasens tillståndsekvation då gasens volym, tryck och substansmängd är kända i de olika tillstånden, dvs. $T = \frac{pV}{nR}$.

Gasen tar emot värmemängden Q_{23} under processen $2 \rightarrow 3$. Gasens temperatur stiger när gasens volym hålls konstant.

$$Q_{23} = nC_V(T_3 - T_2) = \frac{nC_V V_2}{nR}(p_3 - p_2) = \frac{C_V V_2}{R}(p_3 - p_2)$$

$$Q_{23} = \frac{20{,}5\ \frac{\mathrm{J}}{(\mathrm{mol \cdot K})} \cdot 48{,}1 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^3}{8{,}3145\ \frac{\mathrm{J}}{(\mathrm{mol \cdot K})}}(4{,}01 \cdot 10^6\ \mathrm{Pa} - 2{,}32 \cdot 10^6\ \mathrm{Pa}) = 200{,}4359514\ \mathrm{J}$$

Gasen avger värmen Q_{41} under processen $4 \rightarrow 1$. Gasens temperatur sjunker när gasens volym hålls konstant.

$$Q_{41} = nC_V(T_1 - T_4) = \frac{nC_V V_4}{nR}(p_1 - p_4) = \frac{C_V V_4}{R}(p_1 - p_4)$$

$$Q_{41} = \frac{20{,}5\ \frac{\mathrm{J}}{(\mathrm{mol \cdot K})} \cdot 508 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^3}{8{,}3145\ \frac{\mathrm{J}}{(\mathrm{mol \cdot K})}}(8{,}54 \cdot 10^4\ \mathrm{Pa} - 1{,}47 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}) = -77{,}15465753\ \mathrm{J}$$

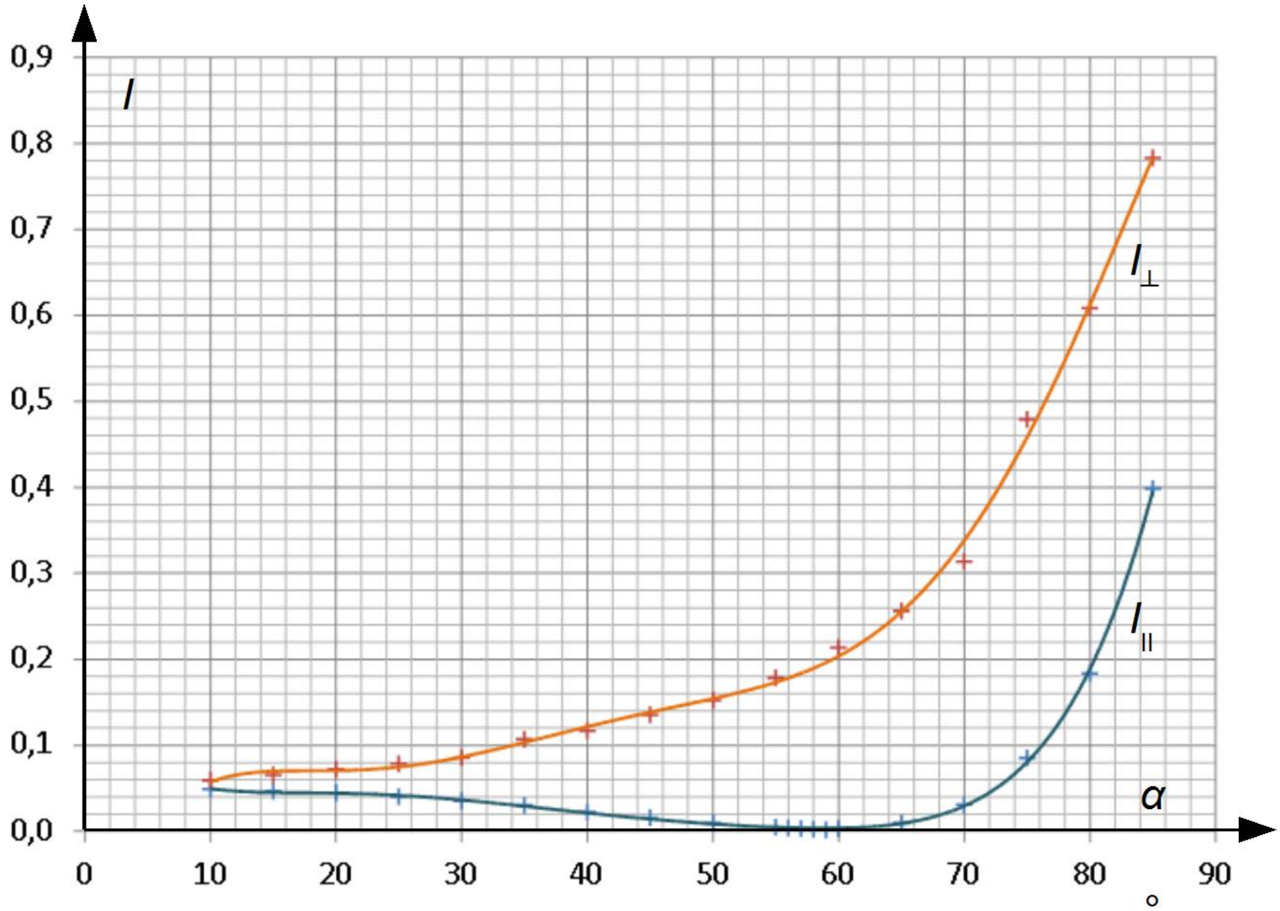
Otto-processens verkningsgrad beräknas som verkningsgraden för en värmemaskin.

$$\eta = 1 - \left|\frac{Q_{41}}{Q_{23}}\right| = 1 - \frac{V_1(p_4 - p_1)}{V_2(p_3 - p_2)} = 1 - \frac{508 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^3(1{,}47 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa} - 8{,}54 \cdot 10^4\ \mathrm{Pa})}{48{,}1 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^3(4{,}01 \cdot 10^6\ \mathrm{Pa} - 2{,}32 \cdot 10^6\ \mathrm{Pa})}$$

$$= 0{,}615065775 \approx 61{,}5\%$$

Uppgift 13

En graf över informationen i tabellen ritas. Grafen är speciellt användbar för att lösa fall b) och c).



a) En del av ljuset reflekteras från glasskivans yta och en del går igenom glasskivan och bryts. Förhållandet mellan intensiteten i det reflekterade ljuset och det brutna ljuset beror av ljusets infallsvinkel. Då ljuset träffar glasytan i en liten infallsvinkel i förhållande till ytnormalen går största delen av ljuset igenom glasskivan. Då infallsvinkeln ökar, ökar också andelen ljus som reflekteras från glasytan. Detta observeras som en ökning i den totala intensiteten i det reflekterade ljuset.

b) Då $I_\parallel$ -intensiteten är noll, reflekteras inte det lodrätt polariserade ljuset och endast det horisontellt polariserade ljuset reflekteras. Det reflekterade ljuset är då fullständigt polariserat vinkelrätt mot planet som definieras av den inkommande ljusstrålen och ytnormalen. Den fullständiga polarisationen av det reflekterade ljuset sker då vinkeln mellan den reflekterade ljusstrålen och den brutna ljusstrålen är 90°, dvs. då Brewsters lag uppfylls. Från de uppmätta intensiteterna kan man dra slutsatsen att Brewsters lag uppfylls då infallsvinkeln för ljuset är inom intervallet 59°-60°.

Ljuset som går igenom glasskivan är delvis polariserat. $I_\parallel$-komponenten går i sin helhet igenom glasskivan, men också en del av $I_\perp$-komponenten går igenom glasskivan. Detta kan man sluta sig till genom att betrakta de relativa intensiteterna i grafen.

c) Glasets brytningsindex fås med hjälp av Brewsters lag. Anta att ljuset kommer från luft in i glasskivan. Brytningsindexet för luft är 1,00. $I_{\parallel}$ får sitt minsta värde vid vinkeln 59°.

$$\tan\alpha = \frac{n_2}{n_1}$$

$$n_2 = n_1 \tan\alpha = 1{,}00 \cdot \tan 59° = 1{,}664279482 \approx 1{,}7$$

Glasets brytningsindex är 1,7.

d) Med polariserande solglasögon vill man förhindra att ljus som reflekteras från vågräta ytor, t.ex. vatten, når ögat. Ljusstrålar, vars infallsvinkel är nära Brewsters vinkel, är kraftigt polariserade vinkelrätt mot planet som bestäms av den inkommande strålen och ytnormalen, dvs. polarisationsriktningen är parallell med horisontalplanet. Av detta följer att transmissionsriktningen måste vara lodrät för att det horisontellt polariserade ljuset inte ska passera igenom solglasögonen.