



Matematik, kort lärokurs 23.3.2021

Slutgiltiga beskrivningar av goda svar 18.5.2021

Grunderna enligt vilka bedömningen gjorts framkommer i de slutgiltiga beskrivningarna av goda svar. Uppgiften om hur bedömningsgrunderna tillämpats på examinandens provprestation utgörs av de poäng som examinanden fått för sin provprestation, de slutgiltiga beskrivningarna av goda svar och de föreskrifter gällande bedömningen som nämnden gett i sina föreskrifter och anvisningar. De slutgiltiga beskrivningarna av goda svar innehåller och beskriver inte nödvändigtvis alla godkända svarsalternativ eller alla godkända detaljer i ett godkänt svar. Eventuella bedömningsmarkeringar i provprestationerna anses vara jämfällbara med anteckningar och sålunda ger de, eller avsaknaden av markeringar, inte direkta uppgifter om hur bedömningsgrunderna tillämpats på provprestationen.

Av en god prestation framgår det hur examinanden har kommit fram till svaret. I lösningen måste det ingå nödvändiga uträkningar eller andra tillräckliga motiveringar och ett slutresultat. I bedömningen fästs uppmärksamhet vid helheten och vid de tre stegen start, mellansteg och slutresultat. Räknefel som inte väsentligt ändrar uppgiftens natur ger ingen betydande sänkning av antalet poäng. Räknefel och fel i den matematiska modellen som ändrar uppgiftens karaktär kan däremot sänka antalet poäng avsevärt.

I provet är matematisk programvara ett hjälpmedel, och dess roll bedöms separat för varje uppgift. Om programvara använts i en uppgift ska det framgå av prestationen. I lösningar av uppgifter som kräver analys räcker det inte enbart med ett svar som erhållits med programvara utan övriga motiveringar. Däremot räcker ett svar som examinanden fått med ett program i allmänhet i rutinberäkningar. Detsamma gäller rutinmässiga delar av mera omfattande uppgifter. Exempel på sådana är omskrivning av uttryck, ekvationslösning samt derivering och integrering av funktioner.

Hur bedömningsanvisningarna ska tolkas

- Strukturen på en anvisning
 - I anvisningarna kallas en helhet som avslutas med ett poängantal i den högra kolumnen för en rad.
 - Uppdelade poäng i en rad är åtskiljda med /-tecknet I oklara fall har specificerats från vilken del som man får vilka poäng.
 - Det finns ingen specificering om det på raden finns lika många uträkningar som poäng - i så fall ges en poäng per uträkning.
 - Om en rad består av en uträkning och en motivering i ord i anknytning till den, så härrör hälften av poängen från uträkningen (avrundande uppåt) och resten från motiveringarna.
 - Om det på en rad endast finns en uträkning eller en formel och flera poäng, så får man delpoäng för ett tillräckligt bra försök (till exempel beräkning av derivatan delvis rätt).
 - En uträkning eller motivering i parentes på en rad är tilläggsinformation som inte behövs för att ge poäng.
 - Poäng i parentes ges automatiskt om följande rad är i skick.

- I allmänhet drar ett räknefel bort poäng från den rad som felet gäller men man kan få de följande radernas poäng om man gör uträkningarna/slutledningarna korrekt för de egna talen. Undantag är betecknade med denna färg. Man får dessa poäng endast om detta steg och även de föregående stegen är korrekt utförda. (Då ska lösningen bestå av korrekt tal eller uttryck eller motsvarande så när som på den ekvivalenta utformningen.) Textens röda färg påverkar inte utdelningen av poäng för avrundningar. Om det till exempel står 37 på svarsraden så duger också 37,5 och 40.
- Radernas beroende av varandra
 - I allmänhet är poängangvisningen skriven enligt lösningens matematiska progression och (fulla) poäng ges bara för motiverade steg. Om raderna är uppenbart oberoende av varandra (till exempel olika funktioners derivator har beräknats) ges poängen oberoende av prestationsordning utan särskild notering.
 - Om svaret är skrivet före motiveringarna betyder det att man för blotta (korrekta) svaret redan får poäng.
 - Beteckningen ∇ i början av en rad betyder att radens poäng kan ges oberoende av de tidigare raderna; de följande raderna förutsätter denna rad på normalt sätt.
 - beteckningen \bullet i början av en rad betyder att radens poäng kan ges oberoende av de tidigare raderna; de följande raderna förutsätter inte denna rad.
 - Beteckningen \Rightarrow poängterar att man får de ifrågavarande poängen endast om de tidigare motiveringarna är i skick.
- Terminologi
 - "Svar räcker" betyder att man kan få poäng för korrekt svar även utan motiveringar. Om svaret är felaktigt så kan man få poäng på basis av motiveringar enligt normala principer.
 - "Startpoäng" betyder att härifrån kan man ge radens poäng om man inte får poäng från annat håll. Denna poäng kan alltså inte kombineras med andra poäng.
 - "maxN" betyder att för en lösning av denna typ ges N poäng om det inte finns andra fel i lösningen.
 - "Svaret endast som närmevärde" betyder att svarets exakta värde inte alls framgår i lösningen.

Följande avdrag är av sekundär betydelse för den uppgiftsspecifika poängangvisningen. På ett ställe kan man tillämpa flera avdrag, men man kan inte förlora intjänade poäng.

- Svaret korrekt, men inte i den efterfrågade formen (t.ex. noggrannhet, enhet) –1 p.
- Svaret är inte förenklat till slut i en förenklingsuppgift (t.ex. e^1 , $\ln(e)$ eller 4^0) –2 p.
- Svaret är oförenklat i en annan uppgift (t.ex. e^1 , $\ln(e)$ eller 4^0) –1 p.
- Uppenbara inmatningsfel i framställningen (t.ex. $x = 2, y04$), eller inmatningsfel som korrigeras direkt på följande rad –0 p.
- Kopieringsfel i svaret –1 p.
- Inga flera gällande siffror i en mellanavrundning än i svaret –1 p.

Följande avdrag är av sekundär betydelse för den uppgiftsspecifika poängangvisningen. På ett ställe kan man tillämpa flera avdrag, men vardera avdrag högst en gång

- Matematiskt bristfällig beteckning (t.ex. parenteser som fattas men korrekt beräknat; =-tecknet använt "i kedja", m^2 utan m). Obs! Beroende på situationen så kan en ostandardiserad beteckning godkännas som förklarad. –1 p.
- I lösningen saknas väsentliga förklaringar (läsarens måste gissa vad talen i lösningen betyder) ELLER motiveringarna och slutledningarna är framställda helt lösryckta (läsaren måste kombinera uttryck från olika delar av lösningen) –1 p.
- Betydande överflödigt text eller överflödiga beräkningar i en lösning (läsaren måste dra slutsatser om hur lösningen utformas utifrån den givna informationen) –1 p.

Uppgiftsspecifika anvisningar

Del A

1.	5	2
	2	2
	$x = 1$	2
	84 euro	2
	Endast lösning 1 är korrekt.	2
	19 %	2
2.	Examinanden har åskådliggjort hela vinkeln med en figur eller i ord.	(1)
	Korrekt rätvinklig triangel i en ritning eller förklarat i ord.	1
	Den rätvinkliga triangelna ena katet [$\frac{7,32}{2} = 3,66$].	2
	Den andra kateten [11] eller hypotenusan [11,59].	(1)
	Examinanden har bildat en korrekt trigonometrisk ekvation för att lösa ut vinkeln [$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{3,66}{11,0} = 0,332727 \dots$].	2
	Löst i grader [$\frac{\alpha}{2} \approx 18,40^\circ$] (3 p.) eller i radianer [$\frac{\alpha}{2} \approx 0,321$] (2 p.) och omvandlat till grader (1 p.).	3
	Examinanden har multiplicerat den trigonometriska ekvationens lösning med två.	1
	Hela vinkeln i grader med en grads noggrannhet 37° .	1
	Man kan angripa uppgiften genom att beräkna olika vinklar. De uttryck som är presenterade här baserar sig på att den efterfrågade vinkeln har betecknats med variabeln α .	
	Lösningen startar från ekvationen $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{3,66}{11,0}$ (5 p. och de tre sista raderna som ovan).	max10
	$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{3,66}{11,0}$ ger $\frac{\alpha}{2} = \frac{3,66}{11,0}$ (1 + 1 + 2 + 1 + 2 + 0 + 0 + 0).	max7
	$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{11,0}{3,66}$, $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{3,66}{11,0}$, eller motsvarande (1 + 1 + 2 + 1 + 0 + 2 + 1 + 0).	max8
	Användning av radianer ända till slutet (de tre sista raderna 2 + 1 + 0).	max10
	Figuren borde bestå av en likbent triangel och den halverade triangeln, figuren behöver inte vara exakt korrekt på fotbollsplanen.	
	Examinanden har föreställt sig att α är en vinkel i en rätvinklig triangel, exempelvis $\tan \alpha = \frac{7,32}{11,0}$ (1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 2 + 0 + 0).	max3
Användning av "tan α " som en allmän beteckning för tangensfunktionen, trots att $\tan \frac{\alpha}{2}$ i övrigt är korrekt beräknat: "Matematiskt bristfällig beteckning", dvs. allmänt avdrag.	-1	

3.	$v - v_0 = at$ ELLER $\frac{v}{a} = \frac{v_0}{a} + t$	(1)
	$t = \frac{v-v_0}{a}$ ELLER $t = \frac{v_0-v}{-a}$ ELLER $t = \frac{v}{a} - \frac{v_0}{a}$	1
	Teckenfel, exempelvis $t = \frac{v_0-v}{a}$.	1
	$Mn = m$ $M = \frac{m}{n}$	(1) 1
	$v^2 = \frac{2E}{m}$ ELLER $v^2 = \frac{E}{\frac{1}{2}m}$ $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$, $v = \pm\sqrt{\frac{2E}{m}}$ eller $v = \sqrt{\frac{E}{\frac{1}{2}m}}$	(1) 1
	Divisionerna oförkortade, exempelvis $v = \sqrt{\frac{E}{\frac{1}{2}m}}$.	1
	$a^2 = c^2 - b^2$ $a = \sqrt{c^2 - b^2}$,	(1) 1
	$a = \pm\sqrt{c^2 - b^2}$ eller $a = -\sqrt{c^2 - b^2}$ som svar	-1
	<ul style="list-style-type: none"> • Korrekt insättning av V [$2 = \frac{4\pi r^3}{3}$, $r^3 = \frac{6}{4\pi}$ eller $r^3 = 0,477464\dots$]. • Radien r har lösts ut korrekt [$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$, $r = \sqrt[3]{\frac{3}{2\pi}}$, $r = \sqrt[3]{\frac{6}{4\pi}}$ eller $r \approx 0,781592\dots$]. 	1 1
	Fel i insättningen, förändrar inte uppgiftens karaktär [$2 = \frac{4\pi r^2}{3}$].	max1
	<ul style="list-style-type: none"> • Insättningarna korrekta [$1000 = 500(1 + \frac{2}{100})^t$ ELLER $1000 = 500(1,02)^t$]. • Examinanden har löst ut t på ett korrekt sätt [$t = \frac{\log 2}{\log 1,02} = \log_{1,02} 2 \approx 35,002\dots$] 	1 1
	1000 = 500(1 + $\frac{2}{100}$ t), 1000 = 500(1 + $\frac{2}{100}$) t eller motsvarande allvarligt fel vid insättningen;	0
	uträkning med parenteser, som inte skrivits ut.	max1
	Fel vid insättningen, som inte påverkar uppgiftens karaktär [$500 = 1000(1 + \frac{2}{100})^t$].	max1
	En motiverad prövningslösning är ok (konstaterad monotonitet samt 34,5 för litet, 35,5 för stort), enbart test med 35 räcker inte.	
	I de två sista deluppgifterna kan svaret vara ett exakt värde eller ett närmevärde. Alla noggrannheter duger. I de två sista deluppgifternas svar är det exakta värdet korrekt och närmevärdet fel.	-0
4.	Linjen är inte utritad i figuren.	2
	Linjen syns i figuren och går genom punkten B.	2
	Linjen är inte utritad i figuren.	2
	Linjen syns i figuren och går genom punkten B.	2
	Linjen är inte utritad i figuren.	2
	Linjen syns i figuren och går genom punkten A.	2

Del B1

5.	Antalet åskådare på huvudläktaren är x och antalet övriga åskådare är y .	2
	$x + y = 4802$ (linjär ekvation med två variabler (1 p.), konstant (1 p.))	2
	$35x + 25y = 136900$ (linjär ekvation med två variabler (1 p.), koefficienterna förknippade med korrekta variabler (2 p.), konstant (1 p.)).	4
	Korrekt typ av ekvationspar (två variabler, linjär) och lösningens början är korrekt.	(1)
	Korrekt lösning av sitt eget ekvationspar [$x = 1685$], motivering: solve, skärningspunkt (eller en annan motsvarande motivering).	2
	Lösningen anknyts till uppgiften och den är förnuftig (heltal i intervallet 0–4802).	1
	Raderna 2 och 3 kan vara i omvänd ordning.	
	Grafiska lösningar, där uttrycken syns, enligt detta schema.	max12
	Om ekvationsparet har lösts genom att man tittat på graferna ges inga motiveringspoäng.	max11
	Endast formler utan förklaring (den första och den sista raden saknas).	max9
	ELLER	
	Antalet åskådare på huvudläktaren betecknas med variabeln x .	1
	Antalet åskådare på de övriga läktarna är $4802 - x$.	(2)
	Ekvationen $35x + 25(4802 - x) = 136900$.	5
	Lösning $x = 1685$.	2
Lösningen anknyts till uppgiften och den är förnuftig (heltal i intervallet 0–4802).	1	
Endast formler utan förklaringar (de två första och den sista raden saknas).	max9	
ELLER ("prövningslösning"):		
Svar $x = 1685$	1	
och $y = 3117$.	1	
Dessa uppfyller villkoret $x + y = 4802$	2	
och villkoret $35x + 25y = 136900$.	4	
Examinanden har motiverat att det inte finns flera lösningar.	4	
Inga poäng för felaktiga tal eller ekvationer.		
Tabelllösningar enligt detta schema.		
Grafiska lösningar utan uttryck behandlas enligt detta schema (1 + 1 + 0 + 0 + 0).	max2	
I lösningen behöver inte variablerna x och y framgå.		
Startpoäng: Examinanden har beräknat medelpriset för en biljett $\frac{136900}{4802} \approx 28,51$.	1	

6.	Förhållandet $\frac{95}{130} \approx 0,73077$ har beräknats.	2
	∇ Differensen $[130 - 95 = 35$ eller $1 - 0,73077 = 0,26923]$	1
	Omvandling till procent och med en decimals noggrannhet $[26,9 \%$ mindre].	1
	Förhållandet felsvängt $[$ svar $36,8 \%$ $](0+1+0)$.	max1
	Gränsen för år 2030 är $(1 - 0,375) \cdot 95$ eller $59,375$ eller $0,625$.	(1)
	Gränsen för år 2025 är $(1 - 0,15) \cdot 95$ eller $80,75$ eller $0,85$.	(1)
	Förhållandet med egna tal $[\frac{59,375}{80,75}$ eller $\frac{0,625}{0,85}]$.	1
	Komplementet till talet har tagits fram och avrundats korrekt till en decimals noggrannhet $[26,5 \%$ mindre].	1
	Förhållandet felsvängt $(1+1+0+0)$.	max2
	Gränserna åren 2025 och 2030 kan också finnas i deluppgift 6.3.	
	Stapeldiagram, histogram eller ett annat diagram som på ett bra sätt beskriver situationen.	(1)
	Höjden på en stapel utgörs av utsläppsgränsen för ett visst år.	1
	Ett stapeldiagram där en stapels höjd/längd motsvarar utsläppsgränsen.	1
	• Stapeldiagrammets ena axel har betecknats med "utsläppsgräns" (enheter krävs inte) eller $\frac{g}{km}$ och staplarna är betecknade enligt årtalen. Alternativt kan samma saker förklaras i ord.	1
	Stapelns höjd är korrekt på poänggrad 3 om den motsvarar de egna talen eller de korrekta talen $[59$ och $80]$ i deluppgift 6.2, även om de sistnämnda inte skulle framgå av lösningen, samt de givna talen $[95$ och $130]$.	
	Endast 2 eller 3 staplar i diagrammet $(-1$ p.), 0 eller 1 stapel $(0$ p.).	
	Stapeldiagrammet kan även vara horisontellt.	
	Stapeldiagrammet betyder att (krävs för den tredje och den fjärde poängen) en stapel motsvarar en kategori (dvs. i det här fallet ett kalenderår). Staplarna ritas i allmänhet åtskilda, men detta är inte nödvändigt.	
	I ett histogram är tidsaxeln kontinuerlig och staplarna är definierade som tidsintervall, exempelvis 2015–2019.	
	Beräkningarna i deluppgifterna 6.1 och 6.2 med samma noggrannhet som svaret.	-0

7.	Det mest sannolika resultatet är 1 rätt och det mest osannolika är 4 rätt. Motivering krävs inte, dvs. inga poängavdrag för en felaktig motivering.	1+1
	Han vinner $32 \cdot 3 = 96$ euro.	2
	Han vinner $32 \cdot 3 - 3 = 93$ euro.	2
	Sannolikheten för att få 4 rätt är $\frac{4845}{916895}$. Sannolikheten för att få 0 rätt är $\frac{230300}{916895}$. Egna sannolikheter har multiplicerats [$\frac{4845}{916895} \cdot \frac{230300}{916895} = 0,001327\dots$]. Produkten är multiplicerad med två [$2 \cdot 0,001327\dots = 0,002654\dots \approx 0,3\%$].	1 1 1 1
	Lösningen börjar med $\frac{4845}{916895} \cdot \frac{230300}{916895} = 0,001327\dots$, allmänt avdrag -1 p. eftersom förklaringar saknas.	max3
	Lösningen börjar med $\frac{4845}{916895} + \frac{230300}{916895}$. Alla noggrannheter är ok. Man kan även tolka uppgiften så att man spelar med två keno-lotter på en omgång.	1 max4
	$\binom{20}{4}$ ELLER $nCr(20,4)$ ELLER $\frac{nPr(20,4)}{4!}$ eller motsvarande. Sambandet med talet 4845 framgår.	2 2
	$\binom{70}{4}$, $nCr(4,20)$ eller motsvarande. Talet 4845 fås genom att multiplicera förekomstsannolikheten med talet 916895. Talet 4845 fås genom att det totala antalet 916895 minskas med alla övriga tal. "Man väljer 4 av 20 objekt" utan förklaring av hur det anknyter till talet 4845.	0 0 0 2
8.	Det framgår av lösningen att lådans höjd är x . ∇ Bottnens bredd är $1 - 2x$. Bottnens area $[(1 - 2x)^2]$ Volymen är höjden multiplicerad med arean [$V(x) = x(1 - 2x)^2$], • då $0 < x < \frac{1}{2}$ ELLER $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ Idén att derivatan kan användas. Korrekt deriverat [$V'(x) = -2 \cdot 2(1 - 2x)x + (1 - 2x)^2$]. Derivatans nollställen [$x = \frac{1}{2}$ eller $x = \frac{1}{6}$]. Teckenschema/figur/värden i nollställen och i ändpunkterna. Största volymen uppnås i punkten $x = \frac{1}{6}$ ELLER $x \approx 0,17$ (m).	1 2 (1) 2 1 (1) 1 1 1 1
	Då uttrycket för volymen tagits fram, kan man göra maximeringen med fMax-kommandot eller motsvarande. Det ersätter de 5 sista poänggraderna.	max12
	På den första poänggraden $1 - x$ i stället för $1 - 2x$: raderna 2 och 3 ger inga poäng.	max9
	Raderna 7–10 ger poäng endast om uttrycket för volymen är ett polynom av tredje graden, som i det granskade intervallet har ett lokalt maximiställe [ex. $V(x) = (1 - 2x)^3$ går inte].	max8
	Tabellmetod, där ett allmänt uttryck ingår: raderna 6–10 ger inga poäng.	max7
	Tabellmetod där volymen är korrekt beräknad, men utan ett allmänt uttryck (kolumner: höjd (1 p.), sidans längd/bottnens area (1 p.) och volym (1 p.)), beräknat med minst tre höjder.	max3
	Startpoäng: Annan tabellmetod eller uträkning, där en volym är korrekt.	1

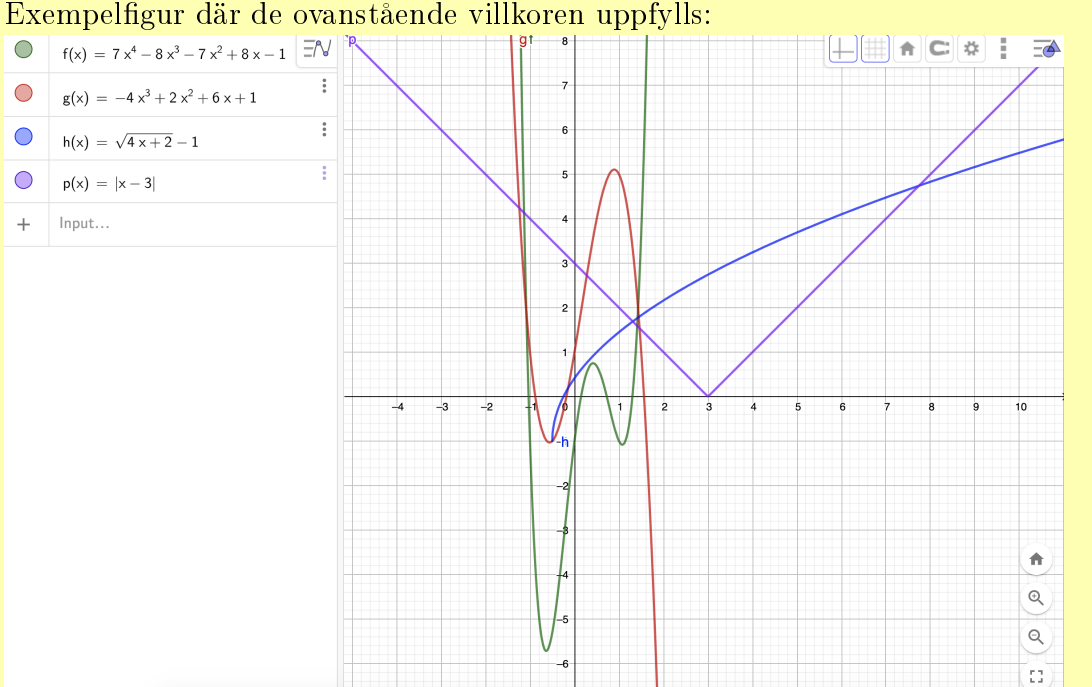
9.	Variationsbredd [34, 998] eller 34–998 ELLER dess längd 964.	2
	Fel svar med korrekt motivering. "34 och 998".	1 1
	Typvärde 648 (2 p.) och median 462 (1 p.).	3
	Examinanden har plockat fel tal ur tabellen.	+0
	Medelvärde 493,02, standardavvikelse 279,57 ... eller 278,151 ..., motiveringar för medelvärdet och standardavvikelsen. (1 rätt ⇒ 1 p.; 2–3 rätt ⇒ 2 p.; 4 rätt ⇒ 3 p.)	3
	Examinanden har plockat fel tal ur tabellen.	+0
	Examinanden har besvarat deluppgift 9.4 genom att använda talens fördelning. Fördelningen har åskådliggjorts med till exempel ett histogram (minst tre klasser), med ett stapeldiagram som förklarats eller med en annan förklaring i ord. Egenskap som skiljer sig från normalfördelningen, exempelvis att värdena inte är koncentrerade till mitten eller försvinner i kanterna.	(1) 1 2
	Histogram (eller motsvarande), som inte är anknutet till svaret på deluppgift 9.4.	+0
	ELLER	
	En normalfördelning har bildats med beräknat medelvärde och standardavvikelse.	2
	▽ Konstaterad egenskap hos normalfördelningen, som saknas utifrån givna data (ex. "Normalfördelningen ger också negativa värden").	1
	Motiverad egenskap [ex. sannolikheten för att få ett negativt resultat är cirka 3,9 %].	1
	Normalfördelningen är kontinuerlig, medan det givna materialet är diskret.	2
	Som motivering räcker att man nämner kommandona (ex. mode och median/average och stdeva) eller en förklaring i ord. Som motivering räcker också en skärmdump av ett sammandrag (tabell), där det framgår varifrån den härstammar eller hur den är gjord. Man måste plocka svaren från skärmdumpen, förutom om skärmdumpen innehåller nyckeltalets namn (ex. "σ: 278.151..." går inte). Endast svar utan motiveringar (2/3/2/0+0). Heltalsavrundning eller större noggrannhet än det är ok.	max7

Del B2

10.	$37 \lg 2 + 31$ $\lg 2 \approx 0,3010\dots$ Hundens ålder är cirka 42 (år).	1 (1) 1
	Hundens ålder t uppfyller ekvationen $37 \lg t + 31 = 25$. $\lg t = -\frac{6}{37}$ ELLER $\lg t \approx -0,1621$ ELLER $t = 10^{-6/37}$. Examinanden har löst sin egen ekvation av korrekt typ på ett korrekt sätt [$t \approx 0,69$ (år) ELLER cirka 8 mån ELLER 250 dagar].	1 (1) 1
	ELLER	
	(Genom prövning) $t \approx 0,69$ (år) ELLER cirka 8 månader.	1
	Kontroll att lösningen uppfyller ekvationen.	1
	Entydigheten är motiverad.	1
	Svaret är givet på ett meningsfullt sätt med tanke på kontexten, men i en inexakt form (ex. "ett knappt år" eller "åtta och en halv månad"), men det exakta talet är också beräknat.	max3
	Åldern för en människa som motsvarar en ung hund är negativ.	1
	Den föregående raden har motiverats exempelvis genom beräkning eller användning av en graf.	1
	∇ Åldern för en hund som motsvarar en gammal människa är klart över 20 år.	1
	Den föregående raden har motiverats exempelvis genom beräkning eller användning av en graf.	1
	• Modellen är dålig i fallet låg och hög ålder (för en människa/hund) ELLER när det är fråga om unga hundar ELLER när det är fråga om gamla människor.	1
	• Modellen är dålig när det är fråga om unga hundar och gamla människor.	1
	Innehåller ett klart felaktigt påstående. (Dessutom kan man tillämpa ett allmänt avdrag för ett för ofokuserat svar.)	-1
	Mallen konstateras vara bra.	+0
	Beräknat fallet med en 20-årig hund.	+0
	Slutsatsen är baserad på ett fullständigt felaktigt uttryck (ex. $\log_{37} t + 31$).	max1
	Den gamla modellen har använts (dvs. åldern har multiplicerats med sju).	+0
	Felaktig bas för logaritmen har använts (ex. $37 \ln 2 + 31$, svaren 57 år och 0,85 år) ELLER konstanterna felaktiga, av deluppgifterna 2/2/6.	max10
	Logaritmens argument felaktigt (ex. $37 \log(t + 31)$), av deluppgifterna 0/1/1.	max2
	Logaritmens argument är en konstant (ex. $t \log 37 + 31$), av deluppgifterna 0/0/1.	max1
	I logaritmberäkningarna har basen och argumentet bytt plats ($\log_b a$ i stället för $\log_a b$), men uttrycken ser korrekta ut, allmänt avdrag för hela uppgiften.	-1
	Modellen i uppgiften baserar sig på följande vetenskapliga artikel: T. Wang, J. Ma, A. N. Hogan, S. Fong, K. Licon, B. Tsui, J. F. Kreisberg, P. D. Adams, A.-R. Carvunis, D. L. Bannasch, E. A. Ostrander, T. Ideker, Quantitative Translation of Dog-to-Human Aging by Conserved Remodeling of the DNA Methylome, Cell Systems, 11 (2020), n. 2, 176-185.e6.	

11.	I mätning 1 är böckernas tjocklek i genomsnitt $\frac{65}{25} = 2,60$ (cm), i mätning 2: $\frac{76}{28} \approx 2,71$ (cm), och mätning 3: $\frac{30}{14} \approx 2,14$ (cm) (1 rätt \Rightarrow 1, 3 rätt \Rightarrow 2). Examinanden har valt den mätning som motsvarar det största talet [mätning 2].	2 1
Korrekta decimaltal eller tal i bråkform utan mellansteg (1+1).		max2
• Enhetsbyte, ex. 38,07 meter är 3807 centimeter.		1
Den första metodens medelvärde [$\frac{2,60+2,71+2,14}{3} = 2,483\dots$] och antalet böcker [$\frac{3807}{2,483\dots} \approx 1530$, på grund av avrundningen är intervallet 1520–1550 ok].		2
Enligt den andra metoden:		
Det sammanlagda antalet böcker i de tre mätningarna [$25 + 28 + 14 = 67$] och den sammanlagda bredden på de mätta böckerna [$65 + 76 + 30 = 171$].		1
I genomsnitt är bokens tjocklek [$\frac{171}{67} \approx 2,55$],		1
Böckernas antal [$\frac{3807}{2,55} \approx 1490$, på grund av avrundningen är intervallet 1460–1500 ok].		2
∇ Examinanden har granskat vilken av metoderna, inte uppskattningarna, som är bättre.		1
Motivering för varför den senare metoden är bättre.		1
Exempel på motiveringar:		
Den senare metoden är bättre, eftersom den första metoden skulle förvränga situationen till exempel i ett sådant fall, där det på två hyllor finns en mycket tjock bok på vardera hyllan och många mycket tunna böcker på den tredje hyllan. Då skulle den första metoden ge en mycket tjock bok som medelvärde även om medelvärdet borde vara en ganska tunn bok.		2
Den första metoden är sämre eftersom medelvärdenas medelvärde används, varvid resultatet är längre från verkligheten.		1
Antalet böcker är avrundat till något annat än en noggrannhet på en eller tio enheter.		–1
Svaren är inte i intervallet 100–100 000 ("orealistiskt").		–1
Man kan även använda en mindre noggrannhet, avrundning eller avhuggning, eftersom det är fråga om uppskattning. Därför kan talvärdena avvika något från de angivna. Exempelvis mellanstegen avrundade till en decimal är ok.		

12.	Kvadratmeterpriset på bostaden som är 47 m ² är ($\frac{89000}{47} \approx$) 1893,62 ELLER 1894 (euro).	1
	Kvadratmeterpriset på bostaden som är 42 m ² är ($\frac{96000}{42} \approx$) 2285,71 ELLER 2286 (euro).	1
	Som noggrannhet för svaret duger 2 decimaler, 0 decimaler, tiotal, hundratal, om bara ovanstående noggrannhet eller uträkning syns. Annan noggrannhet eller avrundningsfel.	max2 max1
Storleken på de lån som behövs för lägenheterna är 70 000 och 77 000. Annuitetslånets månadsränta $\frac{2,4}{12} = 0,2\%$ och amorteringarnas antal är $12 \cdot 10 = 120$.	1 (2)	
Insättning av någon ränta, antalet amorteringar och lånebeloppet [$70000 \cdot (1,002)^{120} \frac{1-1,002}{1-(1,002)^{120}}$] ELLER ett lämpligt kommando.	1	
Båda lånens annuiter [656,71 och 722,38].		
Båda lånens helhetskostnader [78 805,20 och 86 685,60].	1	
Båda lånens räntor totalt [8 805,20 och 9 685,60].	1	
• Tio års vederlag för båda lånen [26 400,00 och 17 640,00].	1	
Man kan också beräkna vederlagens och räntornas totalsumma utan att skilt ange vederlagen [35 205,20 och 27 325,60].		
Det ena lånet är korrekt och det andra felaktigt beräknat (1 + 2 + 1 + 0 + 1 + 1). Man kan också använda en mindre noggrannhet eftersom det åtminstone delvis är fråga om att skapa en modell. Därmed kan talvärdena avvika något från de angivna.	max6	
Årliga amorteringar [2,4 % och 10 amorteringar, annuiterna 7956,84 och 8 752,52] (1 + 0 + 1 + 1 + 1 + 1).	max5	
Månatliga amorteringar med årsränta [2,4 % och 120 amorteringar, annuiterna 1 783,59 och 1 961,94] (1 + 1 + 1 + 0 + 0 + 1).	max4	
Lånet amorteras inte (1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 1).	max2	
Exempelkommandon tvmPmt(120, 2.4, 70000, 0, 12, 12, 0) ger -656.711 tvmPmt(120, 2.4, 70000, 0, 12, 12, 1) ger -655.4 tvmPmt(120, 2.4, 77000, 0, 12, 12, 0) ger -722.382 tvmPmt(120, 2.4, 77000, 0, 12, 12, 1) ger -720.94		
Examinanden har angett omständigheter som anknyter till hur förmånliga de båda alternativen är som helhet (1 poäng/omständighet). Omständigheterna måste klart vara förknippade med kostnaderna om sambandet inte är uppenbart.	3	
Exempel på lämpliga omständigheter: pengarnas värdeförändring till följd av inflationen, utvecklingen av bostadens återförsäljningsvärde, förändringar i vederlag och räntenivå, resekostnaderna beroende på bostädernas läge, förestående renoveringar, kännedom om vatten/el ingår i vederlaget.		
Omständigheter som inte anknyter till bostädernas helhetsbetonade förmånlighet. Ett klart felaktigt påstående ingår.	+0 max2	

13.	<p>Figuren uppfyller följande villkor (2 rätt \Rightarrow 1, 4 rätt \Rightarrow 2):</p> <ul style="list-style-type: none"> - 2 grafer korrekta. - 4 grafer korrekta. - lämplig skala (funktionernas egenskaper i deluppgifterna 13.2–13.5 syns). - funktionerna är identifierbara med namn från figuren eller dess sammanhang. <p>Exempelfigur där de ovanstående villkoren uppfylls:</p> 	2
Graferna är ritade i olika koordinatsystem.		-0
<p>Grafen till funktionen p skär y-axeln i punkten $(0,3)$. Motivering: $p(0) = 0 - 3 = 3$.</p>		1 1
<p>Derivatan till funktionen f har ett nollställe för värdet $x \approx 0,4$. Motivering: en lösning till <code>solve</code> $f'(x) = 0$ är $x \approx 0,42$. $f'(x) = 28x^3 - 24x^2 - 14x + 8$. Motivering: $f'(0,4) \approx 0,352 \dots \approx 0$.</p>		1 1 +0
<p>Funktionen h får enbart större värden än talet 1, då $x > 1$. Motivering: <code>solve</code> $h(x) > 1$ ELLER konstaterat att h är växande då $x > 1$ (1 p.) och beräknat $h(1) = \sqrt{6} - 1 > 1$ (1 p.) ELLER $\sqrt{4x+2} - 1 > 1 \Leftrightarrow \sqrt{4x+2} > 2$ (1 p.) dvs. $4x+2 > 4 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$ (1 p.).</p>		1 2
<p>Grafen till funktionen f skär x-axeln fyra gånger. Motivering: Nollställena är cirka $-1,03136$; $0,14653$; $0,72646$ och $1,3012$ (1 p.) motivering med kommandot <code>solve</code> $f(x) = 0$ (1 p.). ELLER examinanden har framställt ett teckenschema $x = -2$: plus, $x = 0$: minus, $x = \frac{1}{2}$: plus, $x = 1$: minus, $x = 2$: plus. Funktionen har ett nollställe i varje intervall, dvs. minst fyra stycken.</p>		1 2
<p>Funktionen f, eftersom den som ett polynom av fjärde graden har fyra nollställen. (1 + 1)</p>		2
<p>Flera funktioner som svar ger ingen svarspoäng, men man kan få motiveringspoäng. Figur eller kommando, där användning av funktionsuttrycket inte framgår duger inte som motivering i deluppgifterna 13.2–13.5. Man får inte motiveringspoäng om motsvarande uträkningar förekommer i ett helt annat sammanhang.</p>		