



Matematiikka, lyhyt oppimäärä 23.3.2021

Lopulliset hyvän vastauksen piirteet 18.5.2021

Lopullisista hyvän vastauksen piirteistä ilmenevät perusteet, joiden mukaan koesuorituksen lopullinen arvostelu on suoritettu. Tieto siitä, miten arvosteluperusteita on sovellettu kokelaan koesuoritukseen, muodostuu kokelaan koesuorituksesta saamista pisteistä, lopullisista hyvän vastauksen piirteistä ja lautakunnan määräyksissä ja ohjeissa annetuista arvostelua koskevista määräyksistä. Lopulliset hyvän vastauksen piirteet eivät välttämättä sisällä ja kuvaa tehtävien kaikkia hyväksytyjä vastausvaihtoehtoja tai hyväksytyyn vastauksen kaikkia hyväksytyjä yksityiskohtia. Koesuorituksessa mahdollisesti olevat arvostelumerkinnät katsotaan muistiinpanoluonteisiksi, eivätkä ne tai niiden puuttuminen näin ollen suoraan kerro arvosteluperusteiden soveltamisesta koesuoritukseen.

Hyvästä suorituksesta näkyy, miten vastaukseen on päädytty. Ratkaisussa on oltava tarvittavat laskut tai muut riittävät perustelut sekä lopputulos. Arvioinnissa kiinnitetään huomiota kokonaisuuteen, ja ratkaisu pyritään arvioimaan kolmiosaisesti: alku, välivaiheet ja lopputulos. Laskuvirheet, jotka eivät olennaisesti muuta tehtävän luonnetta, eivät alenna pistemäärää merkittävästi. Sen sijaan tehtävän luonnetta muuttavat lasku- ja mallinnusvirheet saattavat alentaa pistemäärää huomattavasti.

Matemaattiset ohjelmistot ovat kokeen apuvälineitä, joiden roolit arvioidaan tehtäväkohtaisesti. Jos ratkaisussa on käytetty ohjelmistoja, sen on käytävä ilmi suorituksesta. Analysointia vaativien tehtävien ratkaisemisessa pelkkä ohjelmistolla saatu vastaus ei riitä ilman muita perusteluja. Sen sijaan ohjelmasta saatu tulos yleensä riittää rutiinitehtävissä ja laajempien tehtävien rutiiniosissa. Tällaisia ovat esimerkiksi lausekkeiden muokkaaminen, yhtälöiden ratkaiseminen sekä funktioiden derivointi ja integrointi.

Miten pisteytysohjeita luetaan

- Ohjeen rakenne
 - Ohjeessa riviksi kutsutaan kokonaisuutta, joka päättyy oikeassa sarakkeessa olevaan pistemäärään.
 - Rivin useat pisteet on erotettu /-merkillä. Epäselvissä tapauksissa on suluissa eritelty, mistä osasta saa mitäkin pisteitä.
 - Erittelyä ei ole, jos rivillä on saman verran laskuja kuin pisteitä, tällöin yksi piste laskua kohden.
 - Jos rivillä on yksi lasku ja siihen liittyvä sanallinen perustelu, niin puolet pisteistä (pyöristettynä ylös) saa laskusta ja loput perusteluista.
 - Jos rivillä on vain yksi lasku tai kaava ja useampi piste, saa osapisteet riittävän hyvästä yrittämisestä (esim. derivaatan laskeminen osittain oikein).
 - Rivillä suluissa oleva lasku tai perustelu on lisätietoa, eikä sitä vaadita pisteiden saamiseen.
 - Suluissa olevat pisteet saa automaattisesti, jos seuraava rivi on kunnossa.

- Yleensä laskuvirhe vähentää pisteitä siitä rivistä, johon se kohdistuu, mutta myöhempien rivien pisteet voi saada, jos tekee laskut/päättyvät oikein omille luvuille. Poikkeukset on merkitty **tällä värillä**. Nämä pisteet saa vain, jos tämä askel ja myös edeltävät askeleet on oikein suoritettu. (Tällöin ratkaisussa on ekvivalenttia muotoilua vaille ohjeeseen merkitty luku/lauseke/tms.) Tekstin punainen väri ei vaikuta pyöristysten pisteyttämiseen. Jos esimerkiksi vastausrivillä lukee **37**, niin myös 37,5 ja 40 kelpaavat.
- Rivien riippuvuus toisistaan
 - Yleensä pisteytys on kirjoitettu ratkaisun matemaattisen etenemisen mukaisesti ja (täysiä) pisteitä annetaan vain perustelluista askeleista. Jos rivit ovat ilmeisen riippumattomia toisistaan (esim. laskettu eri funktioiden derivaatat), niin pisteet annetaan suoritusjärjestyksestä riippumatta ilman eri merkintää.
 - Jos vastaus on kirjoitettu ennen perusteluja, tarkoittaa se, että pelkästä (oikeasta) vastauksesta saa jo pisteitä.
 - Merkintä ∇ tarkoittaa, että rivin pisteet voi antaa edellä olevista riveistä riippumattomasti; seuraavat rivit edellyttävät tätä riviä normaaliin tapaan.
 - Merkintä \bullet tarkoittaa, että rivin pisteet voi antaa edellä olevista riveistä riippumattomasti; seuraavat rivit eivät edellytä tätä riviä.
 - Merkintä \Rightarrow korostaa, että kyseiset pisteet saa vain, jos aiemmat perustelut ovat kunnossa.
- Terminologiaa
 - ”Vastaus riittää” tarkoittaa, että oikeasta vastauksesta annetaan pisteet myös ilman perusteluja. Jos vastaus on väärin, voi pisteitä saada normaalien periaatteiden mukaisesti perustelujen perusteella.
 - ”Alkupisteitä” tarkoittaa, että tästä voi antaa rivin pisteet, jos ei muualta saa pistettä. Tätä pistettä ei siis voi yhdistää muihin pisteisiin.
 - ”maxN” tarkoittaa, että tämän tyyppisestä ratkaisusta annetaan N pistettä, mikäli siinä ei ole muita virheitä.
 - ”Vastaus vain likiarvona” tarkoittaa, että ratkaisussa ei ilmene lainkaan vastauksen tarkkaa arvoa.

Seuraavat vähennykset ovat tehtäväkohtaiseen pisteohjeeseen toissijaisia. Yhteen tehtävään voi soveltaa useaa vähennystä, mutta ansaittuja pisteitä ei voi menettää.

- Vastaus oikein, muttei pyydytyssä muodossa (esim. tarkkuus, yksikkö) –1 p.
- Vastaus sieventämättä loppuun asti sievennystehtävässä (esim. e^1 , $\ln(e)$ tai 4^0) –2 p.
- Vastaus sieventämättä muussa tehtävässä (esim. e^1 , $\ln(e)$ tai 4^0) –1 p.
- Ilmeiset näppäilyvirheet esityksessä (esim. $x = 2$, $y04$), tai näppäilyvirheet, jotka korjataan heti seuraavalla rivillä –0 p.
- Vastauksessa kopiointivirhe –1 p.
- Välipyöristyksessä ei yhtä enemmän merkitseviä numeroita kuin vastauksessa –1 p.

Seuraavat vähennykset ovat tehtäväkohtaiseen pisteohjeeseen toissijaisia. Yhteen tehtävään voi soveltaa useaa vähennystä, mutta kutakin korkeintaan kerran.

- Matemaattisesti puutteellinen merkintä (esim. puuttuvat sulut, mutta laskettu oikein; =-merkin ketjutus, m^2 ilman m). Huom.! Tilanteesta riippuen epästandardi merkintä voidaan hyväksyä selitettynä. –1 p.
- Ratkaisusta puuttuu oleellisia selityksiä (lukija joutuu arvaamaan, mitä ratkaisussa esiintyvät luvut tarkoittavat) TAI perustelut ja johtopäätökset on esitetty täysin irrallisina (lukija joutuu yhdistelemään eri puolilla ratkaisua olevia lauseita) –1 p.
- Ratkaisussa merkittävästi ylimääräistä tekstiä/laskuja (lukija joutuu päättelemään, miten annetuista tiedoista muodostuu ratkaisu) –1 p.

Tehtäväkohtaiset ohjeet

A-osa

1.	5	2
	2	2
	$x = 1$	2
	84 euroa	2
	Vain ratkaisu 1 on oikein.	2
	19 %	2
2.	Hahmoteltu kysytty koko kulma kuvaan tai sanallisesti.	(1)
	Oikea suorakulmainen kolmio piirroksessa tai sanallisesti selitetty.	1
	Suorakulmaisen kolmion toinen kateetti $[\frac{7,32}{2} = 3,66]$.	2
	Toinen kateetti [11] tai hypotenuusa [11,59].	(1)
	Muodostettu oikea trigonometrinen yhtälö kulman ratkaisemiseksi $[\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{3,66}{11,0} = 0,332727\dots]$.	2
	Ratkaistu asteina $[\frac{\alpha}{2} \approx 18,40^\circ]$ (3 p.) tai radiaaneina $[\frac{\alpha}{2} \approx 0,321]$ (2 p.) ja muunnettu asteiksi (1 p.).	3
	Kerrottu trigonometrisestä yhtälöstä ratkaistu kulma kahdella.	1
	Koko kulma asteissa asteen tarkkudella 37° .	1
	Tehtävää voi lähestyä ratkaisemalla eri kulmia. Tässä esitetyt lausekkeet perustuvat siihen, että kysyttyä kulmaa on merkitty muuttujalla α .	
	Ratkaisu alkaa yhtälöstä $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{3,66}{11,0}$ (5 p. ja kolme viimeistä riviä kuten yllä).	max10
	$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{3,66}{11,0}$ antaa $\frac{\alpha}{2} = \frac{3,66}{11,0} (1 + 1 + 2 + 1 + 2 + 0 + 0 + 0)$.	max7
	$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{11,0}{3,66}$, $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{3,66}{11,0}$, tms. $(1 + 1 + 2 + 1 + 0 + 2 + 1 + 0)$.	max8
Laskettu radiaaneina loppuun asti (kolme viimeistä riviä $2 + 1 + 0$).	max10	
Kuvassa pitäisi olla tasakylkinen kolmio ja se puolitettu, kuvan ei tarvitse olla täsmälleen oikein jalkapallokentällä.		
Kuviteltu, että α on suorakulmaisen kolmion eräs kulma, esim. $\tan \alpha = \frac{7,32}{11,0}$ $(1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 2 + 0 + 0)$.	max3	
Käytetty "tan α " yleismerkintänä tangenttifunktiolle, vaikka laskettu $\tan \frac{\alpha}{2}$ muuten oikein: "Matemaattisesti puutteellinen merkintä" -yleisvähennys.	-1	

3.	$v - v_0 = at$ TAI $\frac{v}{a} = \frac{v_0}{a} + t$ $t = \frac{v-v_0}{a}$ TAI $t = \frac{v_0-v}{-a}$ TAI $t = \frac{v}{a} - \frac{v_0}{a}$	(1) 1
	Merkkivirhe, esim. $t = \frac{v_0-v}{a}$.	1
	$Mn = m$ $M = \frac{m}{n}$	(1) 1
	$v^2 = \frac{2E}{m}$ TAI $v^2 = \frac{E}{\frac{1}{2}m}$ $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$, $v = \pm\sqrt{\frac{2E}{m}}$ tai $v = \sqrt{\frac{E}{\frac{1}{2}m}}$	(1) 1
	Jakolaskut sieventämättä, esim. $v = \sqrt{\frac{E}{\frac{1}{2}m}}$.	1
	$a^2 = c^2 - b^2$ $a = \sqrt{c^2 - b^2}$,	(1) 1
	$a = \pm\sqrt{c^2 - b^2}$ tai $a = -\sqrt{c^2 - b^2}$ vastauksena	-1
	• V :n sijoitus oikein [$2 = \frac{4\pi r^3}{3}$, $r^3 = \frac{6}{4\pi}$ tai $r^3 = 0,477464\dots$].	1
	• Ratkaistu r oikein [$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$, $r = \sqrt[3]{\frac{3}{2\pi}}$, $r = \sqrt[3]{\frac{6}{4\pi}}$ tai $r \approx 0,781592\dots$].	1
	Virhe sijoituksessa, ei muuta tehtävän luonnetta [$2 = \frac{4\pi r^2}{3}$].	max1
	• Sijoitukset oikein [$1000 = 500(1 + \frac{2}{100})^t$ TAI $1000 = 500(1,02)^t$].	1
	• Ratkaistu t oikeaoppisesti [$t = \frac{\log 2}{\log 1,02} = \log_{1,02} 2 \approx 35,002\dots$].	1
	$1000 = 500(1 + \frac{2}{100})^t$, $1000 = 500(1 + \frac{2}{100})t$ tms. vakava virhe sijoituksessa; vrt. laskettu sulkeilla, joita ei kirjoitettu näkyviin.	0
	Virhe sijoituksessa, ei muuta tehtävän luonnetta [$500 = 1000(1 + \frac{2}{100})^t$].	max1
	Perusteltu kokeiluratkaisu käy (todettu monotonisuus sekä 34,5 liian pieni, 35,5 liian iso), pelkkä 35 testaus ei riitä.	max1
	Kahdessa viimeisessä kohdassa vastaus voi olla tarkkana arvona tai likiarvona. Kaikki tarkkuudet käyvät.	
	Kahdessa viimeisessä kohdassa vastauksessa tarkka arvo oikein ja likiarvo väärin.	-0
4.	Suoraa ei ole piirretty kuvaan.	2
	Suora näkyy kuvassa ja kulkee pisteen B kautta.	2
	Suoraa ei ole piirretty kuvaan.	2
	Suora näkyy kuvassa ja kulkee pisteen B kautta.	2
	Suoraa ei ole piirretty kuvaan.	2
	Suora näkyy kuvassa ja kulkee pisteen A kautta.	2

B1-osa

5.	Olkoon pääkatsomossa olevien katsojien lukumäärä x ja muita katsojia y .	2
	$x + y = 4802$ (kahden muuttujan lineaarinen yhtälö (1 p.), vakio (1 p.))	2
	$35x + 25y = 136900$ (kahden muuttujan lineaarinen yhtälö (1 p.), kertoimet oikeiden muuttujien yhteydessä (2 p.), vakio (1 p.)).	4
	Oikean tyyppinen yhtälöpari (kaksi muuttujaa, lineaarinen) ja ratkaisussa oikea alku.	(1)
	Oman yhtälöparin ratkaisu [$x = 1685$], perustelu: solve, leikkauspiste (tai muu vastaava).	2
	Ratkaisu liitetty tehtävänantoon ja se on järkevä (kokonaisluku välillä 0–4802).	1
	Rivit 2 ja 3 voivat olla vastakkaisessa järjestyksessä.	
	Graafiset ratkaisut, joissa näkyy lausekkeet, tämän skeeman mukaan.	max12
	Yhtälöpari ratkaistu kuvaajista katsomalla, toiseksi viimeiseltä riviltä ei perustelupistettä.	max11
	Pelkät kaavat ilman selitystä (ensimmäinen ja viimeinen rivi puuttuvat).	max9
	TAI	
	Merkitään muuttujalla x pääkatsomossa olevien lukumäärää.	1
	Muiden katsomoiden ihmisten lukumäärä on $4802 - x$.	(2)
	Yhtälö $35x + 25(4802 - x) = 136900$.	5
	Ratkaisu $x = 1685$.	2
Ratkaisu liitetty tehtävänantoon ja se on järkevä (kokonaisluku välillä 0–4802).	1	
Pelkät kaavat ilman selitystä (kaksi ensimmäistä ja viimeinen rivi puuttuvat).	max9	
TAI ("kokeiluratkaisu"):		
Vastaus $x = 1685$	1	
ja $y = 3117$.	1	
Toteuttavat ehdon $x + y = 4802$	2	
ja ehdon $35x + 25y = 136900$.	4	
Perusteltu, ettei muita ratkaisuja ole.	4	
Vääristä luvuista tai yhtälöistä ei pisteitä.		
Taulukointiratkaisut tämän skeeman mukaan.		
Graafiset ratkaisut ilman lausekkeita tämän skeeman mukaan (1 + 1 + 0 + 0 + 0).	max2	
Ratkaisussa ei tarvitse esiintyä muuttujia x ja y .		
Alkupiste: Laskettu lipun keskihinta $\frac{136900}{4802} \approx 28,51$.	1	

6.	Laskettu suhde $\frac{95}{130} \approx 0,73077$.	2
	∇ Erotus $[130 - 95 = 35$ tai $1 - 0,73077 = 0,26923]$	1
	Muutettu prosenteiksi ja yhden desimaalin tarkkuus $[26,9 \%$ pienempi].	1
	Vertailu väärinpäin $[$ vastaus $36,8 \%$ $](0+1+0)$.	max1
	Vuoden 2030 raja on $(1 - 0,375) \cdot 95$ tai $59,375$ tai $0,625$.	(1)
	Vuoden 2025 raja on $(1 - 0,15) \cdot 95$ tai $80,75$ tai $0,85$.	(1)
	Suhde omista luvuista $[\frac{59,375}{80,75}$ tai $\frac{0,625}{0,85}]$.	1
	Otettu komplementti ja pyöristetty oikein yhden desimaalin tarkkuuteen $[26,5 \%$ pienempi].	1
	Vertailu väärinpäin $(1+1+0+0)$.	max2
	Vuosien 2025 ja 2030 rajat voivat löytyä myös kohdassa 6.3.	
	Pylväsdiagrammi, histogrammi tai tilannetta hyvin kuvaava muu diagrammi.	(1)
	Pylvään korkeus on tietyn vuoden päästöraja.	1
	Pylväsdiagrammi, jossa pylvään pituus vastaa päästörajaa.	1
	• Pylväsdiagrammin toiseen akseliin merkitty ”päästöraja” (yksiköitä ei vaadita) tai $\frac{g}{km}$ ja pylväät nimetty vuoden mukaan. Vaihtoehtoisesti samat asiat voi selittää sanallisesti.	1
	Pylvään korkeus on oikein pisterivillä 3, jos se vastaa kohdassa 6.2 laskettuja omia lukuja tai oikeita lukuja $[59$ ja $80]$, vaikkei viimeksi mainittuja näkyisi ratkaisussa, sekä annettuja lukuja $[95$ ja $130]$.	
	Diagrammissa vain 2 tai 3 pylvästä (-1 p.), 0 tai 1 pylväs (0 p.).	
	Pylväsdiagrammi voi olla myös vaakasuuntainen.	
	Pylväsdiagrammi (vaaditaan kolmanteen ja neljänteen pisteeseen) tarkoittaa, että pylväs vastaa kategorialla (eli tässä tapauksessa yhtä kalenterivuotta). Pylväät piirretään yleensä erikseen, mutta tämä ei ole välttämätöntä.	
	Histogrammissa aika-akseli on jatkuva, ja pylväät määräytyvät aikaväleinä, esimerkiksi 2015–2019.	
	Laskut kohdassa 6.1 ja 6.2 samalla tarkkuudella kuin vastaus.	-0

7.	Todennäköisin on 1 oikein ja epätodennäköisin 4 oikein. Perustelua ei vaadita, joten virheellisestä perustelusta ei pistevähennyksiä.	1+1
	Hän voittaa $32 \cdot 3 = 96$ euroa.	2
	Hän voittaa $32 \cdot 3 - 3 = 93$ euroa.	2
	Todennäköisyys saada 4 oikein on $\frac{4845}{916895}$.	1
	Todennäköisyys saada 0 oikein on $\frac{230300}{916895}$.	1
	Kerrottu omat todennäköisyydet $[\frac{4845}{916895} \cdot \frac{230300}{916895} = 0,001327\dots]$.	1
	Kerrottu tulo kahdella $[2 \cdot 0,001327\dots = 0,002654\dots \approx 0,3\%]$.	1
	Ratkaisu alkaa $\frac{4845}{916895} \cdot \frac{230300}{916895} = 0,001327\dots$, yleisvähennys -1 p. selitysten puutteesta.	max3
	Ratkaisu alkaa $\frac{4845}{916895} + \frac{230300}{916895}$.	1
	Kaikki tarkkuudet ok.	
	Tehtävänannon voi tulkita myös niin, että pelaa yhdellä kierroksella kahdella keno-arvalla.	max4
	$\binom{20}{4}$ TAI $nCr(20,4)$ TAI $\frac{nPr(20,4)}{4!}$ tms.	2
	Yhteys lukuun 4845 käy ilmi.	2
	$\binom{70}{4}$, $nCr(4,20)$ tms.	0
	Luku 4845 saadaan kertomalla esiintymistodennäköisyys luvulla 916895.	0
	Luku 4845 saadaan vähentämällä kaikki muut luvut kokonaismäärästä 916895.	0
	"Valitaan 20:ä objektista 4" ilman selitystä miten liittyy lukuun 4845.	2
8.	Ratkaisusta käy ilmi, että laatikon korkeus on x .	1
	∇ Pohjan leveys on $1 - 2x$.	2
	Pohjan pinta-ala $[(1 - 2x)^2]$	(1)
	Tilavuus on korkeus kertaa pinta-ala $[V(x) = x(1 - 2x)^2]$,	2
	• kun $0 < x < \frac{1}{2}$ TAI $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$	1
	Derivaatan idea.	(1)
	Derivoitu oikein $[V'(x) = -2 \cdot 2(1 - 2x)x + (1 - 2x)^2]$.	1
	Derivaatan nollakohdat $[x = \frac{1}{2}$ tai $x = \frac{1}{6}]$.	1
	Merkkikaavio/kuva/arvot nollakohdissa ja päätepisteissä.	1
	Suurin tilavuus on kohdassa $x = \frac{1}{6}$ TAI $x \approx 0,17$ (m).	1
	Kun tilavuuden lauseke on saatu, maksimoinnin voi tehdä fMax-komennolla tms.	
	Korvaa viimeiset 5 pisteriviä.	max12
	Ensimmäisellä pisterivillä $1 - 2x$ sijaan $1 - x$, riveiltä 2 ja 3 ei pisteitä.	max9
	Riveiltä 7–10 pisteitä vain, jos tilavuuden lauseke on kolmannen asteen polynomi, jolla on tarkasteluvälillä lokaali maksimi [esim. $V(x) = (1 - 2x)^3$ ei käy].	max8
	Taulukointi, jossa yleinen lauseke, riveiltä 6–10 ei pisteitä.	max7
	Taulukointi, jossa tilavuus laskettu oikein, mutta ilman yleistä lauseketta (sarakeet: korkeus (1 p.), sivun pituus/pohjan pinta-ala (1 p.) ja tilavuus (1 p.)), laskettu vähintään kolmella korkeudella.	max3
	Alkupiste: Muu taulukointi tai lasku, jossa yksi tilavuus oikein.	1

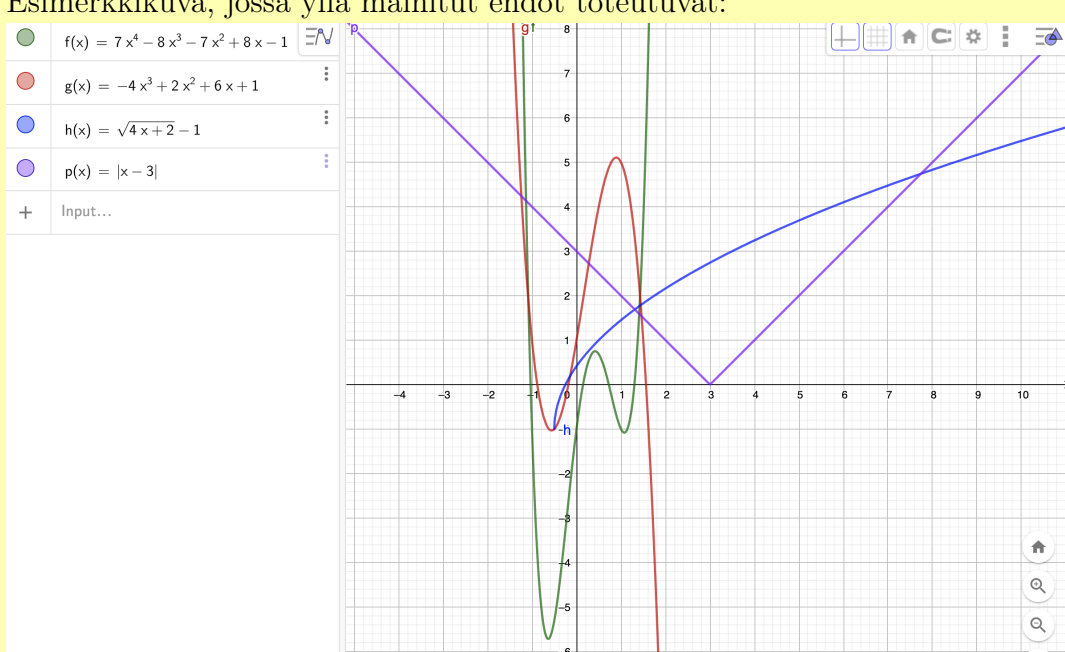
9.	Vaihteluväli [34, 998] tai 34–998 TAI sen pituus 964.	2
	Väärä vastaus oikealla perustelulla. ”34 ja 998”.	1
		1
	Moodi 648 (2 p.) ja mediaani 462 (1 p.).	3
	Taulukosta poimittu väärä luku.	+0
	Keskiarvo 493,02, keskihajonta 279,57... tai 278,151..., perustelut keskiarvolle ja keskihajonnalle. (1 oikein \Rightarrow 1 p.; 2–3 oikein \Rightarrow 2 p.; 4 oikein \Rightarrow 3 p.)	3
	Taulukosta poimittu väärä luku.	+0
	Kohtaan 9.4 on vastattu käyttäen lukujen jakautumista. Jakautumista on havainnollistettu esimerkiksi histogrammilla (vähintään 3 luokkaa), selitetyllä pylväsdiagrammilla tai muulla sanallisella selityksellä. Ominaisuus, joka erottaa normaalijakautuneesta, esim. arvot eivät ole keskityneet keskelle ja häviää reunoilta.	(1) 1 2
	Histogrammi (tms.), jota ei ole liitetty kohdan 9.4 vastaukseen.	+0
	TAI	
	Muodostettu normaalijakauma lasketuilla keskiarvolla ja keskihajonnalla.	2
	∇ Todettu normaalijakauman ominaisuus, joka annetulta datalta puuttuu (esim. ”Normaalijakauma antaa myös negatiivisia arvoja”).	1
	Perusteltu ominaisuus [esim. negatiivisen tuloksen todennäköisyys on noin 3,9 %].	1
	Normaalijakauma on jatkuva, annettu data diskreettinen.	2
	Perusteluksi riittää maininta käskyistä (esim. mode ja median/average ja stdeva) tai sanallinen selitys. Perusteluksi riittää myös kuvankaappaus yhteenvetotaulukosta, jossa näkyy mistä se on peräisin/miten tehty. Kuvakaappauksesta pitää poimia vastaukset, paitsi jos tunnusluvun nimi sisältyy suoraan kuvankaappaukseen (esim. ” σ : 278.151...” ei käy). Pelkkä vastaus ilman perusteluja (2/3/2/0+0). Kokonaislukupyöristys tai sitä suurempi tarkkuus käy.	max7

B2-osa

10.	$37 \lg 2 + 31$ $\lg 2 \approx 0,3010 \dots$ Koiran ikä on noin 42 (vuotta).	1 (1) 1
	Koiran ikä t toteuttaa yhtälön $37 \lg t + 31 = 25$. $\lg t = -\frac{6}{37}$ TAI $\lg t \approx -0,1621$ TAI $t = 10^{-6/37}$. Ratkaistu oma, oikean tyyppinen yhtälö oikein [$t \approx 0,69$ (vuotta) TAI noin 8 kk TAI 250 päivää].	1 (1) 1
	TAI	
	(Kokeilemalla) $t \approx 0,69$ (vuotta) TAI noin 8 kuukautta.	1
	Tarkistettu, että toteuttaa yhtälön.	1
	Perusteltu yksikäsitteisyys.	1
	Vastaus annettu kontekstiin nähden mielekkäässä, mutta epätarkassa muodossaa (esim. ”vajaa vuosi” tai ”kahdeksan ja puoli kuukautta”), mutta riittävän tarkka luku myös laskettu.	max3
	Nuorta koira vastavaan ihmisen ikä on negatiivinen.	1
	Perusteltu edellinen rivi esimerkkiä laskemalla/katsomalla kuvaajaa.	1
	▽ Vanhaa ihmistä vastaava koira ikä on selvästi yli 20 vuotta.	1
	Perusteltu edellinen rivi esimerkkiä laskemalla/katsomalla kuvaajaa.	1
	• Malli on huono alhaisen ja korkean (ihmisen/koiran) iän tapauksessa TAI kun on kyse nuorista koirista TAI kun on kyse vanhoista ihmisistä.	1
	• Malli on huono, kun on kyse nuorista koirista ja vanhoista ihmisistä.	1
	Selvästi väärä väite mukana. (Lisäksi voi soveltua yleisvähennys liian fokuoimattomasta vastauksesta.)	-1
	Malli on todettu hyväksi.	+0
	Laskettu 20-vuotiaan koira tapaus.	+0
	Päätely suoritettu täysin virheellisen lausekkeen (esim. $\log_{37} t + 31$) perusteella.	max1
	Käytetty vanhaa mallia (eli kerrottu ikä seitsemällä).	+0
	Käytetty väärää logaritmin kantalukua (esim. $37 \ln 2 + 31$, vastaukset 57 vuotta ja 0,85 vuotta) TAI vakiot väärin, kohdista 2/2/6.	max10
	Logaritmin argumentti väärin (esim. $37 \log(t + 31)$), kohdista 0/1/1.	max2
	Logaritmin argumentti vakio (esim. $t \log 37 + 31$), kohdista 0/0/1.	max1
	Logaritmilaskuissa kantaluku ja argumentti sekaisin ($\log_a b$ sijaan $\log_b a$), mutta lausekkeet näkyvät oikein, yleisvähennys koko tehtävästä.	-1
	Tehtävän malli on esitetty seuraavassa tieteellisessä artikkelissa: T. Wang, J. Ma, A. N. Hogan, S. Fong, K. Licon, B. Tsui, J. F. Kreisberg, P. D. Adams, A.-R. Carvunis, D. L. Bannasch, E. A. Ostrander, T. Ideker, Quantitative Translation of Dog-to-Human Aging by Conserved Remodeling of the DNA Methylome, Cell Systems, 11 (2020), n. 2, 176–185.e6.	

11.	Mittauksella 1 kirjojen paksuus on keskimäärin $\frac{65}{25} = 2,60$ (cm), mittauksella 2: $\frac{76}{28} \approx 2,71$ (cm), ja mittauksella 3: $\frac{30}{14} \approx 2,14$ (cm) (1 oikein \Rightarrow 1, 3 oikein \Rightarrow 2). Valittu omaa suurinta lukua vastaava mittaus [mittaus 2].	2 1
Oikeat desimaaliluvut ilman välivaiheita/murtolukumuotoa (1+1).		max2
• Yksikkömuunnos, esim. 38,07 metriä on 3807 senttimetriä.		1
Ensimmäisen menetelmän keskiarvo $[\frac{2,60+2,71+2,14}{3} = 2,483\dots]$ ja kirjojen määrä $[\frac{3807}{2,483\dots} \approx 1530]$, pyöristyksen takia välillä 1520–1550 hyväksytään].		2
Toisen menetelmän mukaan:		
Kolmen mittauksen kirjojen yhteismäärä $[25+28+14 = 67]$ ja mitattujen kirjojen kokonaisleveys $[65 + 76 + 30 = 171]$.		1
Keskimäärin kirjan paksuus $[\frac{171}{67} \approx 2,55]$,		1
Kirjojen lukumäärä $[\frac{3807}{2,55} \approx 1490]$, pyöristyksen takia välillä 1460–1500 käy].		2
▽ Tarkasteltu menetelmien, ei arvioiden, paremmuutta.		1
Perusteltu, miksi jälkimmäinen tapa on parempi.		1
Esimerkkejä perusteluista:		
Jälkimmäinen tapa on parempi, sillä ensimmäinen menetelmä vääristelisi tilannetta esimerkiksi tapauksessa, jossa kahdella mittauksella olisi kummallakin yksi todella paksu kirja ja kolmannella mittauksella monta hyvin ohutta. Tällöin ensimmäinen tapa antaisi keskiarvoksi hyvin paksun kirjan, vaikka todellisuudessa keskiarvon pitäisi olla melko ohut.		2
Ensimmäinen menetelmä on huonompi, koska siinä otetaan keskiarvojen keskiarvo, jolloin tulos on kauempana todellisuudesta.		1
Kirjojen lukumäärä pyöristetty muuhun kuin yksikön tai kymmenen tarkkuuteen.		-1
Vastaukset eivät ole välillä 100–100 000 ("epärealistinen").		-1
Voi käyttää myös pienempää tarkkuutta, pyöristystä tai katkaisua, sillä kyse on arviosta. Tällöin lukuarvot voivat hieman poiketa ilmoitetuista. Esimerkiksi välivaiheiden pyöristys yhteen desimaaliin hyväksytään.		

12.	<p>47 m² asunnon neliöhinta on $(\frac{89000}{47} \approx) 1893,62$ TAI 1894 (euroa). 42 m² asunnon neliöhinta on $(\frac{96000}{42} \approx) 2285,71$ TAI 2286 (euroa). Vastauksen tarkkuudeksi käy 2 desimaalia, 0 desimaalia, kymmenet, sadat, kunhan ylläoleva tarkkuus tai lasku näkyy. Muu tarkkuus tai pyöristysvirhe.</p>	<p>1 1 max2 max1</p>
	<p>Tarvittavien lainojen suuruudet molempia asuntoja varten, 70 000 ja 77 000. Annuiteettilainan kuukausikorko $\frac{2,4}{12} = 0,2$ % ja maksukertojen määrä on $12 \cdot 10 = 120$. Sijoitettu annuiteettikaavaan jokin korko, maksukertojen määrä ja lainamäärä $[70000 \cdot (1,002)^{120} \frac{1-1,002}{1-(1,002)^{120}}]$ TAI sopiva käsky. Molempien lainojen annuiteetit [656,71 ja 722,38]. Molempien lainojen kokonaiskustannukset [78 805,20 ja 86 685,60]. Molempien lainojen korot yhteensä [8 805,20 ja 9 685,60]. • Kymmenen vuoden vastikkeet molemmille asunnoille [26 400,00 ja 17 640,00]. Voi laskea myös vastikkeiden ja korkojen yhteissumman ilman vastikkeiden määrän erittelyä [35 205,20 ja 27 325,60]. Laskettu toinen laina oikein, toinen väärin (1 + 2 + 1 + 0 + 1 + 1). Voi käyttää myös pienempää tarkkuutta, sillä kyse on ainakin osittain mallintamisesta. Tällöin lukuarvot voivat hieman poiketa ilmoitetuista. Vuosittaiset lyhennykset [2,4 % ja 10 lyhennystä, annuiteetit 7 956,84 ja 8 752,52] (1 + 0 + 1 + 1 + 1 + 1). Kuukausittaiset lyhennykset vuosikorolla [2,4 % ja 120 lyhennystä, annuiteetit 1 783,59 ja 1 961,94] (1 + 1 + 1 + 0 + 0 + 1). Ei lyhennetä lainaa (1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 1). Esimerkkikäskyjä tvmPmt (120, 2.4, 70000, 0, 12, 12, 0) tuottaa -656.711 tvmPmt (120, 2.4, 70000, 0, 12, 12, 1) tuottaa -655.4 tvmPmt (120, 2.4, 77000, 0, 12, 12, 0) tuottaa -722.382 tvmPmt (120, 2.4, 77000, 0, 12, 12, 1) tuottaa -720.94</p>	<p>1 (2) 1 1 1 1 1 max6 max5 max4 max2</p>
	<p>Kerrottu kokonaisedullisuuteen liittyviä seikkoja (1 piste/seikka). Asiat pitää yhdistää kustannuksiin selkeästi, jos yhteys ei ole ilmeinen. Esimerkkejä sopivista seikoista: rahan arvon muutos inflaation seurauksena, asunnon jälleenmyyntiarvon kehitys, vastikkeen ja korkotason muutokset, matkakustannukset eri sijainneilla, tulevat remontit, sisältääkö vastike veden/sähkön. Seikat, jotka eivät liity kokonaisedullisuuteen. Selvästi väärä väite mukana.</p>	<p>3 +0 max2</p>

13.	<p>Kuva toteuttaa seuraavat ehdot (2 oikein \Rightarrow 1, 4 oikein \Rightarrow 2):</p> <ul style="list-style-type: none"> - 2 kuvaajaa oikein. - 4 kuvaajaa oikein. - mittakaava sopiva (kohtien 13.2–13.5 funktioiden ominaisuudet näkyvät). - funktiot identifioitavissa nimellä kuvasta tai sen yhteydestä. <p>Esimerkkikuva, jossa yllä mainitut ehdot toteutuvat:</p> 	2
	Kuvaajat piirretty eri koordinaatistoihin.	-0
	<p>Funktion p kuvaaja leikkaa y-akselin pisteessä $(0,3)$. Perustelu: $p(0) = 0 - 3 = 3$.</p>	1 1
	<p>Funktion f derivaatalla on nollakohta arvolla $x \approx 0,4$. Perustelu: solve $f'(x) = 0$ eräs ratkaisu on $x \approx 0,42$. $f'(x) = 28x^3 - 24x^2 - 14x + 8$. Perustelu: $f'(0,4) \approx 0,352 \dots \approx 0$.</p>	1 1 +0
	<p>Funktio h saa ainoastaan lukua 1 suurempia arvoja, kun $x > 1$. Perustelu: solve $h(x) > 1$ TAI todettu h kasvavaksi, kun $x > 1$ (1 p.) ja laskettu $h(1) = \sqrt{6} - 1 > 1$ (1 p.) TAI $\sqrt{4x+2} - 1 > 1 \Leftrightarrow \sqrt{4x+2} > 2$ (1 p.) eli $4x+2 > 4 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$ (1 p.).</p>	1 2
	<p>Funktion f kuvaaja leikkaa x-akselin neljä kertaa. Perustelu: Nollakohdat ovat noin $-1,03136$; $0,14653$; $0,72646$ ja $1,3012$ (1 p.) perusteltu käskyllä solve $f(x) = 0$ (1 p.). TAI esitetty merkkikaavio $x = -2$: plus, $x = 0$: miinus, $x = \frac{1}{2}$: plus, $x = 1$: miinus, $x = 2$: plus. Funktiolla on nollakohta jokaisella näistä väleistä, eli vähintään neljä kappaletta.</p>	1 2
	Funktioilla f , sillä neljännen asteen polynomilla on neljä nollakohtaa. (1 + 1)	2
	<p>Vastauksena useampi funktio ei tuota vastauspistettä; perustelupisteitä voi saada. Kuva tai komento, jossa ei näy funktion lausekeen käyttöä, ei käy perusteluksi kohdissa 13.2–13.5. Perustelupisteitä ei saa, jos vastaavat laskut esiintyvät täysin muussa yhteydessä.</p>	