



## Matematiikka, lyhyt oppimäärä 22.9.2020

### Lopulliset hyvän vastauksen piirteet 12.11.2020

Lopullisista hyvän vastauksen piirteistä ilmenevät perusteet, joiden mukaan koesuorituksen lopullinen arvostelu on suoritettu. Tieto siitä, miten arvosteluperusteita on sovellettu kokelaan koesuoritukseen, muodostuu kokelaan koesuorituksesta saamista pisteistä, lopullisista hyvän vastauksen piirteistä ja lautakunnan määräyksissä ja ohjeissa annetuista arvostelua koskevista määräyksistä. Lopulliset hyvän vastauksen piirteet eivät välttämättä sisällä ja kuvaa tehtävien kaikkia hyväksytyjä vastausvaihtoehtoja tai hyväksytyyn vastauksen kaikkia hyväksytyjä yksityiskohtia. Koesuorituksessa mahdollisesti olevat arvostelumerkinnät katsotaan muistiinpanoluonteisiksi, eivätkä ne tai niiden puuttuminen näin ollen suoraan kerro arvosteluperusteiden soveltamisesta koesuoritukseen.

Hyvästä suorituksesta näkyy, miten vastaukseen on päädytty. Ratkaisussa on oltava tarvittavat laskut tai muut riittävät perustelut sekä lopputulos. Arvioinnissa kiinnitetään huomiota kokonaisuuteen, ja ratkaisu pyritään arvioimaan kolmiosaisesti: alku, välivaiheet ja lopputulos. Laskuvirheet, jotka eivät olennaisesti muuta tehtävän luonnetta, eivät alenna pistemäärää merkittävästi. Sen sijaan tehtävän luonnetta muuttavat lasku- ja mallinnusvirheet saattavat alentaa pistemäärää huomattavasti.

Laskin on kokeen apuväline, jonka rooli arvioidaan tehtäväkohtaisesti. Jos ratkaisussa on käytetty symbolista laskinta, sen on käytävä ilmi suorituksesta. Analysointia vaativien tehtävien ratkaisemisessa pelkkä laskimella saatu vastaus ei riitä ilman muita perusteluja. Sen sijaan laskimesta saatu tulos yleensä riittää rutiinitehtävissä ja laajempien tehtävien rutiiniosissa. Tällaisia ovat esimerkiksi lausekkeiden muokkaaminen, yhtälöiden ratkaiseminen sekä funktioiden derivointi ja integrointi.

### Miten pisteytysohjeita luetaan

- Ohjeen rakenne
  - Ohjeessa riviksi kutsutaan kokonaisuutta, joka päättyy oikeassa sarakkeessa olevaan pistemäärään.
  - Rivin useat pisteet on erotettu /-merkillä. Epäselvissä tapauksissa on suluissa eritelty, mistä osasta saa mitäkin pisteitä.
  - Erittelyä ei ole, jos rivillä on saman verran laskuja kuin pisteitä, tällöin yksi piste laskua kohden.
  - Jos rivillä on yksi lasku ja siihen liittyvä sanallinen perustelu, niin puolet pisteistä (pyöristettynä ylös) saa laskusta ja loput perusteluista.
  - Jos rivillä on vain yksi lasku tai kaava ja useampi piste, saa osapisteet riittävän hyvästä yrittämisestä (esim. derivaatan laskeminen osittain oikein).
  - Rivillä suluissa oleva lasku tai perustelu on lisätietoa, eikä sitä vaadita pisteiden saamiseen.
  - Suluissa olevat pisteet saa automaattisesti, jos seuraava rivi on kunnossa.

- Yleensä laskuvirhe vähentää pisteitä siitä rivistä, johon se kohdistuu mutta myöhempien rivien pisteet voi saada jos tekee laskut/päättyt oikein omille luvuille. Poikkeukset on merkitty **tällä värillä**. Nämä pisteet saa vain, jos tämä askel ja myös edeltävät askeleet on oikein suoritettu. (Tällöin ratkaisussa on ekvivalenttia muotoilua vaille ohjeeseen merkitty luku/lauseke/tms.)
- Rivien riippuvuus toisistaan
  - Yleensä pisteytys on kirjoitettu ratkaisun matemaattisen etenemisen mukaisesti ja (täysiä) pisteitä annetaan vain perustelluista askeleista. Jos rivit ovat ilmeisen riippumattomia toisistaan (esim. laskettu eri funktioiden derivaatat), niin pisteet annetaan suoritusjärjestyksestä riippumatta ilman eri merkintää.
  - Jos vastaus on kirjoitettu ennen perusteluja, tarkoittaa se, että pelkästä (oikeasta) vastauksesta saa jo pisteitä.
  - Merkintä  $\nabla$  tarkoittaa, että rivin pisteet voi antaa edellä olevista riveistä riippumattomasti; seuraavat rivit edellyttävät tätä riviä normaaliin tapaan.
  - Merkintä  $\bullet$  tarkoittaa, että rivin pisteet voi antaa edellä olevista riveistä riippumattomasti; seuraavat rivit eivät edellytä tätä riviä.
  - Merkintä  $\Rightarrow$  korostaa, että kyseiset pisteet saa vain, jos aiemmat perustelut ovat kunnossa.

- Terminologiaa

- "Vastaus riittää" tarkoittaa, että oikeasta vastauksesta annetaan pisteet myös ilman perusteluja. Jos vastaus on väärin, voi pisteitä saada normaalien periaatteiden mukaisesti perustelujen perusteella.
- "Alkupisteitä" tarkoittaa, että tästä voi antaa rivin pisteet jos ei muualta saa pistettä. Tätä pistettä ei siis voi yhdistää muihin pisteisiin.
- "maxN" tarkoittaa, että tämän tyyppisestä ratkaisusta annetaan N pistettä, mikäli siinä ei ole muita virheitä.
- "Vastaus vain likiarvona" tarkoittaa, että ratkaisussa ei ilmene lainkaan vastauksen tarkkaa arvoa.

Seuraavat vähennykset ovat tehtäväkohtaiseen pisteohjeeseen toissijaisia. Yhteen kohtaan voi soveltaa useaa vähennystä, mutta ansaittuja pisteitä ei voi menettää.

- Vastaus oikein, muttei pyydytyssä muodossa (esim. tarkkuus, yksikkö) -1 p.
- Vastaus sieventämättä loppuun asti sievennystehtävässä (esim.  $e^1$ ,  $\ln(e)$  tai  $4^0$ ) -2 p.
- Vastaus sieventämättä muussa tehtävässä (esim.  $e^1$ ,  $\ln(e)$  tai  $4^0$ ) -1 p.
- Ilmeiset näppäilyvirheet esityksessä (esim.  $x = 2$ ,  $y04$ ), tai näppäilyvirheet, jotka korjataan heti seuraavalla rivillä -0 p.
- Vastauksessa kopiointivirhe -1 p.
- Väliopyristyksessä ei yhtä enemmän merkitseviä numeroita kuin vastauksessa -1 p.

Seuraavat vähennykset ovat tehtäväkohtaiseen pisteohjeeseen toissijaisia. Yhteen kohtaan voi soveltaa useaa vähennystä, mutta kutakin korkeintaan kerran.

- Matemaattisesti puutteellinen merkintä (esim. puuttuvat sulut mutta laskettu oikein;  $=$ -merkin ketjutus,  $m^2$  ilman m). Huom.! Tilanteesta riippuen epästandardi merkintä voidaan hyväksyä selitettynä. -1 p.
- Ratkaisusta puuttuu oleellisia selityksiä (lukija joutuu arvaamaan, mitä ratkaisussa esiintyvät luvut tarkoittavat) TAI perustelut ja johtopäätökset on esitetty täysin irrallisina (lukija joutuu yhdistelemään eri puolilla ratkaisua olevia lauseita) -1 p.
- Ratkaisussa merkittävästi ylimääräistä tekstiä/laskuja (lukija joutuu päättelemään, miten annetuista tiedoista muodostuu ratkaisu) -1 p.

# Tehtäväkohtaiset ohjeet

## A-osa

1.	$(\frac{2}{5}, 1, \frac{5}{2}, \dots)$	2	
	$y = 2(x + 1)^2$	2	
	13,65	2	
	Väärä vastaus välillä 13,60–13,70	1	
	Laskuja	-1	
	404	2	
	$128 \cdot \pi$ ; 202; 400; 4; 40; 40000; 403,...; 4,04	1	
	4	2	
	2 tai 4; -4	1	
	Laskuja	-1	
	1; $y = 1$ ; $f(3) = 1$	2	
	3; (3, 1); $f(3)$ ; $x = 1$	1	
	2.	$\sqrt{7}$	(1)
		$\approx 2,65$	1
• $\pm$ käytetty oikein		1	
$Ax^5 = B$ muotoinen yhtälö ( $10x^5 = 2$ )		1	
likiarvoratkaisu tai tarkka ratkaisu edellisen rivin yhtälöön		1	
0,72		1	
Arvostelussa on otettu huomioon, että 5. juuren kirjoittaminen kaavaeditorilla ei toiminut tavalliseen tapaan.			
$\pm$		-1	
vastaus $\sqrt[5]{1/5}$		2	
Oikea yhtälö $3^{3x+4} = 3^{11}$ TAI $3^{3x} = 3^{11}/3^4$		1	
Kantaluvut kumottu omassa $3^a = 3^b$ yhtälössä ( $3x + 4 = 11$ )		1	
Edelliseltä riviltä saadun yhtälön ratkaisu oikealla tarkkuudella (2,33).		1	
Suoraan yhtälö $3x + 4 = 11$ , pisteet kahdelta ensimmäiseltä riviltä TAI		2	
$27^x = B$ TAI puolittain logaritmit ja joku logaritmin laskusääntö oikein (esim. $3x \log(3) = A$ )		1	
$x = \log_{27}(B)$ TAI $x = \frac{A}{3 \log(3)}$	1		
$\Rightarrow$ 2,33	1		
Otettu puolittain logaritmi $\log 13^x = \log 147$	1		
Siirretty eksponentti kertoimeksi ( $x \log 13 = \log 147$ )	1		
Edelliseltä riviltä saadun yhtälön ratkaisu oikealla tarkkuudella (1,95).	1		
Merkintä $\log(13 : 147)$ tai vastaava ok.			
$x = \log_{13} 147 \approx 1,95$	2 + 1		
"Logaritmillä 1,95"	2		
Tehtävässä joka kohdassa vaaditaan 2 desimaalin tarkkuus			
Väärä tarkkuus kerran -1p, useamman kerran -2p			
Pelkkä oikea vastaus kohdissa 2.2–2.4	1/kohta		
Haarukoimalla oikea vastaus (jos matemaattisesti pätevä 3p)	2/kohta		

3.	Suoran $S_2$ kulmakerroin $\frac{5-(-1)}{2-(-1)} = 2$ . (1p jos $\Delta x/\Delta y$ )	2
	$\nabla$ Sen yhtälö $y - (-1) = k(x - (-1))$ TAI $y - 5 = k(x - 2)$ TAI $y = 2x + b$ TAI $-1 = k(-1) + b$	1
	• $y = 2x + 1$ .	1
	Yhtälöparin $y = kx + b$ , $k \neq 0 \neq b$ ja $2x + 5y = 7$ ratkaisussa oikea alku	1
	Leikkauspiste edellisen rivin yhtälölle $((\frac{1}{6}, \frac{4}{3}))$ .	1
	Leikkauspiste vain likiarvona	-1
	Suoran $y = 2x + 1$ perusteluna kuva (hyvä kuva 3p, heikompi kuva 2p)	
	Leikkauspiste kuvasta ilman suorien yhtälöitä	max3
	Oikea idea kulman laskemiseen esimerkiksi määrittämällä $y$ -akselista oikealle ja $y$ -akselista vasemmalle olevien kulmien suuruudet.	1
	$\tan \alpha = \frac{2}{3}$ ja $\tan \beta = \frac{1}{4}$ TAI sivujen pituudet ja kosinilauseella oikea yhtälö TAI kulmakertoimet ja $\tan \alpha = \frac{ k_1 - k_2 }{1 + k_1 k_2}$	2
Yhteensä kulman suuruus on siis noin 48 astetta. (vaaditaan asteen tarkkuudella)	1	
$\nabla$ Kysyttyä sivua yritetty laskea Pythagoraan lauseella	(1)	
$\sqrt{(4-3)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{10}$ (tarkka arvo vaaditaan)	1	
Väärä merkintä, esim $\tan(\alpha) \approx 33,7^\circ$	-0	
4.	Tarkasteltavat tilanteet: A&A, B&B, AB&AB, O&O (ensimmäisestä 1p)	1+1
	(A:) $0,41^2$ , (B:) $0,18^2$ , (AB:) $0,08^2$ , (O:) $0,33^2$	4
	Selitykset mitä edellisen rivin lukuarvot tarkoittavat. (ensimmäisestä 1p)	1+1
	Summa omista termeistä. Termit ja summa välillä $[0, 1]$ .	2+1
	$(0,41^2 + 0,18^2 + 0,08^2 + 0,33^2 =) 0,3158 \approx 0,32$ (voi olla myös prosentteina).	1
	Pelkkiä lausekkeita ilman selityksiä (esim. $0,41^2 + 0,18^2 + 0,08^2 + 0,33^2 = 0,3158 \approx 0,32$ ) Ei pisteitä 1. ja 3. rivistä.	8
	Derivoitu (oikein tai väärin) ja asetettu nollassi	1
	• $f'(x) = 4x^2 - 1$	1
	Oman yhtälön kaksi ratkaisua ( $x = \frac{1}{2}$ ja $x = -\frac{1}{2}$ )	2
	Täsmälleen toinen ei kuulu tarkasteluvälille ( $x = -\frac{1}{2}$ )	2
• $f(0) = 4$ ja $f(1) = \frac{13}{3}$	2	
Suurin arvo saavutetaan tarkasteluvälin päätepisteessä tai derivaatan nollassi kohdassa.	1	
$f(1/2) = \frac{11}{3}$	2	
$\Rightarrow$ suurin arvo on $f(1) = \frac{13}{3}$ .	1	
Ratkaisu $-\frac{1}{2}$ puuttuu	max9	
Rivit 6-7 voi korvata merkkikaaviolla (yritys, päätepisteet ja derivaatta, merkit)	3	
Pelkkiä likiarvovastaus	-1	
Derivaattavirhe, joka ei muuta tehtävän luonnetta (esim. $3x^2 - 1$ )	max9	

## B1-osa

5.	• Rakennettujen alueiden osuus pysyy ennallaan.	1
	• Käyttämätön maa: $0,28 \cdot (1 - 0,05) \approx 27\%$ (0,95 1p).	2
	• Laidunmaa: $0,37 \cdot (1 - 0,1) \approx 33\%$ (0,90 1p)	2
	• Viljelysmaa: $0,12 + 0,1 \cdot 0,37 \approx 16\%$ ( $a + 0,1b$ 1p, $a = 0,12$ ja $b = 0,37$ 1p)	3
	• Talousmetsä: $0,22 + 0,05 \cdot 0,28 \approx 23\%$ ( $a + 0,05b$ 1p, $a = 0,22$ ja $b = 0,28$ 1p)	3
	• Käytössä olevan maan osuus $0,72 + 0,05 \cdot 0,28 \approx 73\%$ TAI omilla järjellisillä luvuilla	1
	Pelkät vastaukset: pisteet vain 1. riviltä	
	Prosenttiyksikkömuutoksia, vain 1. ja 6. rivi	max2
	Hyväksytään prosentin ja 0,1 prosentin tarkkuus	
	Vastaukset desimaalilukuina (koko tehtävä)	-1
Huom! Talousmetsä: $0,22 + 0,05 \cdot 0,22 \approx 23\%$ (väärä lasku tuottaa oikean luvun prosentin tarkkuuteen)	1	
Pinta-ala 1, 10, 100 tms -0, muuten -1		
6.	Olkoon abiturienttien lukumäärä $x$ ja laskun loppusumma $y$ .	2
	Ensimmäinen yritys tuottaa yhtälön $25x = y + 3$ . (piste per termi)	3
	Toinen yritys tuottaa yhtälön $27x = 1,1y + 0,8$ . (piste per termi)	3
	Oikean tyyppinen yhtälöpari ja ratkaisussa oikea alku.	1
	Oman yhtälöparin ratkaisu ( $x = 5$ ja $y = 122$ ),	2
	eli abiturienteja oli 5 (vaaditaan luonnollinen luku) ja laskun loppusumma 122 euroa.	1
	Pelkät kaavat ilman selitystä (ensimmäinen ja viimeinen rivi puuttuvat)	max9
	Rivit 2 ja 3 voivat olla vastakkaisessa järjestyksessä	
	TAI	
	Abien lukumäärä luonnollinen luku	1
	Otetaan 25 ja taulukoidaan abien lukumäärää ja loppusummaa	1
	Huomioitu 10% ja verrattu 3 euroon	2
	Otetaan 27 ja taulukoidaan abien lukumäärää ja loppusummaa	1
	Huomioitu 10% ja 0,80 e	2
	Taulukoista johtopäätös: 5 ja 122	1
Perusteltu että ei muita ratkaisuja	4	
5 ja 122 ilmestyvät jostain ja tarkistetaan, että ehdot toteutuvat	8	
Pelkkä vastaus	0	

7.	<p><i>Tehtävässä pitää kertoa/jakaa joukko lukuja keskenään. Askeleet voi tehdä monessa järjestyksessä, joten useimmat ohjeen rivit ovat toisistaan riippumattomia, ja vaadittu lasku voi esiintyä myös isomman kaavan osana, kunhan selviää, mitä ollaan laskemassa.</i></p> <p>Päivässä <math>4 \cdot 2</math> annosta</p> <p>Päivien lukumäärä <math>3 \cdot 30</math></p> <p>Käytetty lieriön tilavuuskaavaa (ei tarvitse olla ympyräpohjainen)</p> <p>Säde 3 (mm)</p> <p>Kerta-annos <math>3^2 \cdot \pi \cdot 5</math> (<math>141,37 \text{ mm}^3</math>)</p> <p><math>\Rightarrow</math> Kerrottu omat lukumäärä- ja tilavuusluvut</p> <p><math>\Rightarrow</math> Hammastahnan kokonaistilavuus oikein (<b>101 787,...</b> <math>\text{mm}^3</math> tai vastaava luku oikein toisessa ratkaisutyypissä)</p> <p>• Yksikkömuunnos samaan yksikköön (<math>\text{mm}^3 \rightarrow \text{ml}</math>). Yksikkö ei näkyvissä <math>-1\text{p}</math>.</p> <p>Vertailu tehty omilla tilavuuksilla (<math>101 &gt; 90</math>) ja sitä vastaava johtopäätös.</p> <p>Kuukaudessa voi olla 28–31 päivää.</p> <p>Säde korvattu halkaisijalla</p> <p>Kokonaistilavuutta ei vaadita jos päättely ei sitä vaadi</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>(1)</p> <p>2</p> <p>1</p> <p>2</p> <p>2</p> <p>1</p> <p>max9</p>
8.	<p>Sijoitus kaavaan <math>1,02b + 100</math> ja laskettu oikein omilla luvuilla jossain kohdassa</p> <p>Lueteltu arvot <math>a_2, \dots, a_5</math> pienillä laskuvirheillä (1120, 1242,4, 1367,248, 1494,59)</p> <p><math>a_5 \approx</math> <b>1494,59</b> TAI <b>1494,60</b> TAI <b>1495</b> TAI <b>1490</b> TAI <b>1500</b> (Vain nämä tarkkuudet ok)</p> <p>Välivaiheet voi pyöristää kahteen desimaaliin (rahalaskuja).</p> <p>Indeksivirhe, ilmoitetaan <math>a_6</math> vastauksena.</p> <p>Indeksivirhe, ilmoitetaan <math>a_4</math> vastauksena.</p> <p><math>p_2 = 0,95p_1 + 0,02e_1 \approx 12</math></p> <p><math>e_2 = 12 + 23(1 - 0,01 \cdot 23) \approx 30</math></p> <p><math>e_3 = 12 + 30(1 - 0,01 \cdot 30) = 33</math></p> <p>Desimaalit ok (kysymys mallista), tai voi pyöristää tai katkaista kokonaisluvuiksi</p> <p>Pienistä laskuvirheistä vähennetään 1p per virhe eli vain sillä rivillä, missä virhe tapahtuu</p> <p>Vastauksesta puuttuu muuttujat <math>a_5</math> tai <math>p_2</math> ja <math>e_3</math></p>	<p>2</p> <p>2</p> <p>2</p> <p>max4</p> <p>max3</p> <p>2</p> <p>2</p> <p>2</p> <p>-0</p> <p>-0</p>

9.	Lasketaan pesien summaa. Pesiä on yhteensä 25 685. (vastaus riittää)	(1) 1
	Pienin on Helsingin yhdyskunta, suurin Rauman. (vastaus riittää)	1
	Keskiarvo 546,4894 ja keskihajonta 570,2844 TAI 576,4498. (vastaus riittää)	2
	Kaikki tarkkuudet käyvät. Keskihajonta pitää poimia kuvankaappauksesta, jos taulukossa otsikoina vain $\sigma$ ja $s$ .	
	Kokkolassa on pesiä 600. Se kuuluu välille [keskiarvo, keskiarvo + 1 keskihajonta] koska $600 \in [546, 1123]$ .	1 1 1
	Kaikki tarkkuudet käyvät luokkarajoille.	
	Luokkien frekvenssit Ensimmäisen luokan $[0, 546]$ suhteellinen frekvenssi on $\frac{30}{47} \approx 0,638$ , seuraavien $\frac{9}{47} \approx 0,191$ , $\frac{4}{47} \approx 0,085$ ja viimeisessä $\frac{4}{47} \approx 0,085$ . (vastaus riittää)	(1) 1
	Kaksi oikeaa kuvailua. Esim. Pieniä yhdyskuntia on paljon. Keskipakoisia jonkin verran. Suuria todella vähän. Jakauma muistuttaa hiukan eksponenttijakaumaa.	2
	Suhteellisen frekvenssin voi esittää taulukkona (murtolukuna, desimaalilukuna tai prosenttina) tai pylväskaaviona.	
	Luokittelussa hieman väärät rajat (esim. keskiarvo ja hajonta vaihdettu)	2+3+2+3
	Laskettu ensin kuntien sisällä yhdyskunnat yhteen, ja sen jälkeen edetty eteenpäin	2+2+2+3
	Laskettu kuntien sisällä keskiarvot/keskihajonnat	+0

## B2-osa

10.	<p>Lyhennyskuukausia <math>n = 15 \cdot 12 = 180</math>, korkotekijä <math>q = 1 + \frac{6}{12 \cdot 100} = 1,005</math>  <math>\nabla</math> Sijoitettu (oikeat tai väärät) muuttujat <math>n, q</math> ja <math>K</math> annuiteettikaavaan <math>(100000 \cdot 1,005^{180} \cdot \frac{1-1,005}{1-1,005^{180}})</math> TAI mainittu käsky (TVM) ja argumentit  <math>= 843,856828 \dots</math>,                  eli Annikalla on oltava käytettävissään <b>843,86</b> TAI <b>843,9</b> TAI <b>844</b> TAI <b>845</b> TAI <b>840</b> TAI <b>850</b> euroa kuukaudessa. (Vain nämä tarkkuudet ok.)</p>	2 2 1 1
Väärä korkokerroin (1+2+1+0) Välivaiheet pyöristetty sentin tarkkuuteen 15 vuoden laina, jossa on vain yksi vuosilyhennys (0+2+1+0) Esim. TI-Nspire komennot: $\text{tvmPmt}(180, 6, 100000, 0, 12, 12, 0) \triangleright -843,857$ ja $\text{tvmPmt}(180, 1.2, 100000, 0, 12, 12, 0) \triangleright -607,332$		max4 max6 max3
Taulukolla on seuraavat ominaisuudet ja ne täyttyvät koko taulukossa: <ul style="list-style-type: none"> <li>• annuiteetti on vakio</li> <li>• annuiteetti = korko+lyhennys</li> <li>• lyhennys = jäljellä olevan lainan muutos riviltä seuraavalle</li> <li>• taulukon luvut ovat järkeviä ja järkevää kokoluokkaa (lyhennys 500–1000e)</li> <li>• annuiteetti = <b>607,33</b> TAI pankki pyöristää ylöspäin ja <b>607,34</b></li> <li>• viimeinen korko = <b>94,39</b> TAI <b>94,90</b> TAI pankki pyöristää ylöspäin ja oikea pyöristys ylöspäin</li> </ul>		1 1 1 1 1 1
Taulukossa sentin tarkkuus tai tarkempi, muuten –1 kerran.		

Ajankohta	Jäljellä oleva lainamäärä, €	Korko, €	Lyhennys, €	Annuiteetti, €
22.10.2020	100 000,00	0,00	0,00	0,00
22.11.2020	99 492,67	100,00	507,33	607,33
22.12.2020	98 984,83	99,49	507,84	607,33
22.1.2021	98 476,48	98,98	508,35	607,33
22.2.2021	97 967,63	98,48	508,86	607,33
22.3.2021	97 458,26	97,97	509,36	607,33
22.4.2021	96 948,39	97,46	509,87	607,33
22.5.2021	96 438,01	96,95	510,38	607,33
22.6.2021	95 927,11	96,44	510,89	607,33
22.7.2021	95 415,71	95,93	511,40	607,33
22.8.2021	94 903,79	95,42	511,92	607,33
22.9.2021	94 391,36	94,90	512,43	607,33

Ajankohta	Jäljellä oleva lainamäärä, €	Korko, €	Lyhennys, €	Annuiteetti, €
22.10.2020	100 000,00	100,00	507,33	607,33
22.11.2020	99 492,67	99,49	507,84	607,33
22.12.2020	98 984,83	98,98	508,35	607,33
22.1.2021	98 476,48	98,48	508,86	607,33
22.2.2021	97 967,63	97,97	509,36	607,33
22.3.2021	97 458,26	97,46	509,87	607,33
22.4.2021	96 948,39	96,95	510,38	607,33
22.5.2021	96 438,01	96,44	510,89	607,33
22.6.2021	95 927,11	95,93	511,40	607,33
22.7.2021	95 415,71	95,42	511,92	607,33
22.8.2021	94 903,79	94,90	512,43	607,33
22.9.2021	94 391,36	94,39	512,94	607,33



11.	Kuvalla on seuraavat ominaisuudet:	
	• Neliö, kulmien koordinaatit oikein	1
	• Piiretty piste ja janat	1
	• Piste ja alueet nimetty ( $P$ , $A$ , $B$ , $C$ ja $D$ )	1
	Alueiden järjestyksen ei tarvitse vastata 11.2-kohtaa	
	Kuvassa haluttujen elementtejen lisäksi paljon ylimääräisiä janoja, merkkejä tms.	-1
	Vastaus: $P = (2, 6)$	2
	Osoitettu, että $P$ toteuttaa ehdot (pinta-alat 2p, suhteet oikein 2p)	4
	Osoitettu, että muita ehdon toteuttavia pisteitä ei ole	3
	Kolmioiden pinta-alat vain sivupalkissa	-1
12.	Lasten pituus ja paino: positiivinen, kengännumero ja verenpaine: lähes nolla, bruttokansantuote asukasta kohti ja lapsikuolleisuus: negatiivinen, tikkatauluun osuneet tikat: lähes nolla	4
	Pisteet voi kerätä seuraavilla huomioilla tai vastaavilla (yksi piste/huomio):	max4
	• Korrelaatio on tilastollinen yhteys kahden muuttujan välillä	
	• Positiivinen korrelaatio tarkoittaa, että toinen muuttuja lisääntyy kun toinen lisääntyy	
	• Negatiivinen korrelaatio tarkoittaa, että toinen muuttuja lisääntyy kun toinen vähenee	
• Korrelaatiokerroin saa arvoja välillä $[-1,1]$ .		
• Mitä suurempi korrelaatiokertoimen itseisarvo on, sitä vahvempi on (lineaarinen) riippuvuus.		
• Korrelaatio on suurin piirtein nolla, mikäli (lineaarista) riippuvuutta ei ole.		
	Kustakin selvästi virheellisestä väitteestä -1 esim. "korrelaatio tarkoittaa syy-yhteyttä"	
	Esimerkki kahdesta (järkevistä) ilmiöstä, jossa oikeanlainen yhteys	(1)
	Em. esimerkki muotoiltu kahden muuttujan avulla	1
	Selitetty muuttujien välinen korrelaatio	1
	Selitetty syy-yhteyden puuttuminen	1
	Kolme viimeistä riviä voi tehdä missä järjestyksessä tahansa.	
	Useampi esimerkki: huonoin arvioidaan.	
	Yli kaksi muuttujaa yhdessä esimerkissä.	
	Esimerkki: jäätelö ja hukkumiset (1p), päivässä syödyn jäätelön määrä ja päivittäiset hukkumiset (1p), kesällä syödään paljon jäätelöä ja silloin on paljon hukkumisia (1p), molemmat johtuvat lämpimästä säästä (1p).	max3

13.	$x = -1$ ja $x = 2$	2
	Muodostettu vähintään neljä yhtälöistä $p(0) = 0$ , $p(-1) = 7$ , $p(2) = -20$ , $p'(-1) = 0$ ja $p'(2) = 0$ (tai $p(0) = 0$ sijaan $d = 0$ )	4
	Ratkaistu vähintään 4 yhtälön yhtälöryhmä	1
	• $p(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$ .	1
	TAI	
	• $p(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$ kokeilemalla	1
	Ehdot tarkastettu algebrallisesti (2 oikein 1p, 3 => 2p, 4 => 3p)	3
	Todistettu yksikäsitteisyys	2
	TAI	
	• $p(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$ kuvasta	1
	• käyrän profiili/merkkikaavio +  -  + TAI kriittiset pisteet kohdissa $x = -1$ ja $x = 2$	1
	• kulkee pisteiden $(0, 0)$ , $(-1, 7)$ ja $(2, -20)$ kautta	1
	• Kuvassa pisteet merkitty ja tangentit kriittisissä pisteissä tai vastaava sanallinen selitys	1
	• Todistettu yksikäsitteisyys	2
	Laskettu yleinen derivaatta $p'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ tai oman järkevä funktion derivaatta (jos merkintä $p'(x)$ /sana puuttuu, 1p)	(2)
	$p'(x) = 6x^2 - 6x - 12$ .	2
	Derivaattapisteet saa myös, jos derivaatta on laskettu kohdassa 13.1 tai 13.2.	